



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje

# NESTACIONARNE STRUJNE POJAVE NA ULAZU U ROTOR CENTRIFUGALNOG VENTILATORA

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor:

prof. dr. sc. Branimir Matijašević

Stanislav Sviderek

ZAGREB, 2011.

## Podaci za bibliografsku karticu

*UDK:* 621.674, 621.671, 621.22.011, 532.54, 519.872,  
532.526, 532.517.2, 539.421

*Ključne riječi:* radijalni turbostroj, centrifugalni ventilator,  
nestacionarno strujanje, turbulentno  
strujanje, rotirajući prekid strujanja u  
rotoru, predvrtlog, računalna mehanika  
fluida, simulacija odvojenih vrtloga

*Znanstveno područje:* Tehničke znanosti

*Znanstveno polje:* Strojarsstvo

*Institucija u kojoj je rad izrađen:* Fakultet strojarstva i brodogradnje  
Sveučilišta u Zagrebu

*Mentor:* prof. dr. sc. Branimir Matijašević

*Broj stranica:* 226

*Broj slika:* 88

*Broj tablica:* 12

*Broj korištenih bibliografskih jedinica:* 125

*Datum obrane:* 6. listopada 2011. g.

*Povjerenstvo:* prof. dr. sc. Zvonimir Guzović,  
prof. dr. sc. Branimir Matijašević,  
prof. dr. sc. Andrej Predin

*Institucija u kojoj je rad pohranjen:* Fakultet strojarstva i brodogradnje  
Sveučilišta u Zagrebu



# Zahvala

Želim zahvaliti svom mentoru prof. dr. sc. Branimiru Matijaševiću na podršci te savjetima i sugestijama koje su dovele do završetka izrade ove doktorske disertacije.

Neprocjenjiv doprinos ovom radu pružili su majstor Radoslav Babić i majstor Milan Šulentić bez čijeg pedantnog umijeća eksperimentalni uređaj ne bi mogao biti realiziran, te sam neizmjereno zahvalan na njihovom znalačkom doprinosu.

Nadalje želim zahvaliti kolegi dr. sc. Tihomiru Mihaliću, dipl. ing, na korisnim diskusijama koje su dovele do okončanja postdiplomskog studija i rješenja mnogih nedoumica u izradi ovog rada.

Želim zahvaliti Brodarskom institutu na ustupljenoj opremi za potrebe mjerenja, a posebno zahvaljujem kolegi Miroslavu Kramaru, dipl. ing. koji mi je nesebično pomagao u izvođenju mjerenja fluktuacija tlaka u eksperimentalnom ventilatoru i analizi izmjerenih podataka.

*Posvećeno mojim roditeljima*



# Predgovor

Neprekidni tehnološki razvoj, zahtjevi za održivošću te ekonomske zakonitosti dovode do neprekidnog rasta operativnih parametara radijalnih turbostrojeva kao što su brzina, kapacitet i gustoća energije. Istovremeno se postavljaju sve veći zahtjevi u pogledu povećanja iskoristivosti, pouzdanosti u projektnim i izvanprojektnim uvjetima rada te smanjenja utjecaja na okoliš.

Detaljno poznavanje strujanja unutar strujnog aparata ima važnu ulogu u dizajnu turbostrojeva te u predviđanju njihovih radnih karakteristika. Najveći dio hidrauličkih gubitaka u turbostrojima posljedica je sekundarnih tokova. Sekundarni tokovi u uvjetima turbulentnog strujanja često su nestacionarnog karaktera a manifestiraju se kao poremećaji u radu turbostrojeva. Nestacionarne strujne pojave odgovorne su za suženje radnog područja i smanjenje iskoristivosti, izvor su buke i mehaničkih vibracija te mogu dovesti do prekida rada a u ekstremnim situacijama i do havarije stroja.

Nestacionarne strujne pojave ponajviše su proučavane na aksijalnim kompresorima. Strujanje u radijalnim turbostrojima je trodimenzionalno i znatno složenije, te je još uvijek slabije razumijevano od strujanja u aksijalnim strojevima. Oblici nestabilnog rada poznati kod aksijalnih strojeva javljaju se i kod radijalnih turbostrojeva, ali uz znatno veći broj različitih podoblika. Zbog slabijeg razumijevanja strujanja ne postoji općeniti prediktivni kriterij nastanka nestabilnosti u radu radijalnih strojeva.

Predmet istraživanja nestabilnosti u radu radijalnih strojeva uglavnom su radijalni kompresori te u nešto manjem obujmu visokotlačne centrifugalne pumpe. Visoke gustoće energije kod tih strojeva uzrok su nestacionarnih pojava velikih i primjetnijih amplituda nego kod ventilatora i pumpi nižih radnih parametara. Priroda nestacionarnih pojava u centrifugalnom ventilatoru jednaka je, a cijena izrade te složenost i operativni troškovi proučavanja niži su nego kod radijalnih turbostrojeva viših energetske razina.

1. listopada 2011. g.

Stanislav Sviderek



# Sadržaj

Predgovor	v
Sadržaj	vii
Sažetak	xi
Summary	xiii
Popis slika	xv
Popis tablica	xxv
Popis oznaka	xxvii
<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
1.1. Motivacija . . . . .	1
1.2. Hipoteza rada . . . . .	2
1.3. Pregled rada . . . . .	3
<b>2. Teorijske osnove energetske pretvorbe u centrifugalnom ventilatoru</b>	<b>5</b>
2.1. Osnovne jednadžbe . . . . .	5
2.2. Bezdimenzijske značajke ventilatora . . . . .	8
2.3. Utjecaj stlačivosti na analizu strujanja . . . . .	9
2.4. Nestacionarne strujne pojave . . . . .	11
2.5. Pregled dosadašnjih istraživanja . . . . .	15
<b>3. Eksperimentalni model</b>	<b>31</b>
3.1. Opis eksperimentalnog uređaja . . . . .	31

3.2. Vizualizacija strujanja pomoću vunenih niti . . . . .	36
3.3. Mjerenje protoka, prirasta tlaka i snage . . . . .	36
3.4. Mjerenje fluktuacija tlaka . . . . .	39
<b>4. Numerička simulacija turbulentnog strujanja</b>	<b>41</b>
4.1. Turbulentno strujanje . . . . .	41
4.2. Strategije simulacije turbulentnih strujanja . . . . .	49
4.3. Statističko modeliranje turbulentnih strujanja . . . . .	53
4.4. SST $k$ - $\omega$ model turbulencije . . . . .	56
4.5. Nestacionarni RANS . . . . .	65
4.6. Simulacija odvojenih vrtloga (DES) . . . . .	67
4.7. Uzajamno rotacijsko gibanje . . . . .	74
4.8. Metoda konačnih volumena . . . . .	77
4.9. Vizualizacija velikih vrtloga . . . . .	78
4.10. Verifikacija i validacija računalne simulacije turbulentnog strujanja . . . .	88
4.11. Računska mreža numeričkog modela . . . . .	94
<b>5. Rezultati</b>	<b>103</b>
5.1. Rezultati eksperimentalnih mjerenja . . . . .	103
5.2. Verifikacija rezultata numeričke simulacije . . . . .	112
5.3. Validacija rezultata numeričke simulacije . . . . .	121
5.4. Rezultati numeričke simulacije . . . . .	131
5.4.1. Radne karakteristike radnih kola “A”, “B”, “C” i “D” . . . . .	131
5.4.2. Oscilacije globalnog masenog protoka i protoka u individualnim kanalima rotora . . . . .	132
5.4.3. Fluktuacije tlaka u kontrolnim točkama na kraju usisne cijevi . .	140
5.4.4. Vizualizacija rotirajućeg prekida strujanja i nastanak predvrtloga	152
<b>6. Zaključak</b>	<b>169</b>
6.1. Glavni rezultati rada . . . . .	169
6.2. Prijedlozi budućih istraživanja . . . . .	171
<b>7. Zaključak doktorskog rada</b>	<b>173</b>
<b>A. Geometrija ispitivanih radnih kola</b>	<b>175</b>
<b>B. Odnos frekvencija rotirajućeg prekida strujanja u mirujućem i rotirajućem koordinatnom sustavu</b>	<b>179</b>

Literatura	183
Životopis	195
Biography	196

x



# Sažetak

Nestacionarno strujanje u centrifugalnom ventilatoru simulirano je metodama računalne mehanike fluida tehnikom simulacije odvojenih vrtloga (eng. *DES*). Ispitivane su četiri geometrijske konfiguracije radnog kola u širokom rasponu masenih protoka, u cilju istraživanja nestacionarnih strujnih pojava, osobito rotirajućeg prekida strujanja te predvrtloga u usisnoj cijevi, a koje se javljaju u vanprojektnim režimima rada pri protocima koji su niži od optimalnog. Istovremeno su izvedena mjerenja radnih karakteristika te nestacionarnih fluktuacija tlaka na stacionarnim pozicijama u neposrednoj blizini ulaza u radno kolo, u cilju eksperimentalne validacije rezultata numeričke simulacije.

Vizualizacijom i animacijama rezultata računalne simulacije pokazano je postojanje snažnog natražnog strujanja u rotorskim međulopatičnim kanalima zahvaćenima rotirajućim prekidom strujanja. Zastojne ćelije se premještaju ili miruju relativno u odnosu na radno kolo. Fluid u natražnom strujanju iz kanala u prekidu strujanja izbija u prostor ispred rotorskih lopatica gdje uzrokuje nastajanje precesijskih vrtloga. Precesijski vrtlozi se premještaju po unutarnjem obodu rotorskih lopatica. Mlazevi natražnog toka penetriraju u usisnu cijev gdje se miješaju s dolaznom strujom. Mlazevi su nestacionarni, na mahove, a turbulentna difuzija vrtložne tangencijalne brzine koju posjeduju mlazevi je vrlo intenzivna. Kod nižih protoka cijela jezgra dolaznog toka se prožima vrtložnošću te se s precesijskim vrtlozima spaja u jedinstveni predvrtlog.

Na početak i oblike pojave rotirajućeg prekida strujanja, kao i na početak pojave predvrtloga te njegov doseg unutar usisne cijevi snažno utječu broj lopatica, ulazni kut lopatica, omjer širine i duljine međulopatičnih kanala radnog kola te veličina zazora između vrhova lopatica otvorenog radnog kola i prednje ploče kućišta.

**Ključne riječi:** radijalni turbostroj, centrifugalni ventilator, nestacionarno strujanje, turbulentno strujanje, rotirajući prekid strujanja u rotoru, predvrtlog, računalna mehanika fluida, simulacija odvojenih vrtloga



# Summary

Extensive numerical detached-eddy simulations of the unsteady flow in four different centrifugal fan impeller configurations and in a broad range of mass flow rates are conducted to investigate the unsteady flow phenomena at part-load conditions, particularly rotating impeller stall and formation of the prerotation swirl in the draft tube. Measurements of the performance curve and pressure fluctuations in the steady frame in vicinity of the impeller eye inlet are conducted to validate results of the numerical simulations.

Visualisation of the CFD results shows significant reverse flow in the rotating stall affected blade passages. Stall cells are stationary or moving in the impeller frame of reference. Reverse flow from stalled passages is ejected into impeller eye generating precessing vortices along impeller blade inlet edges. Jets of the reverse flow penetrate into draft tube in unsteady manner causing rapid turbulent mixing and diffusion of the swirl velocity into the incoming flow. At smaller flow rates swirl vorticity pervades the core of the incoming flow and the precessing vortices coalesce into single prerotation vortex.

All of the blade number configuration, blade inlet angle, blade passage width-to-length ratio and unshrouded impeller blade tip gap influence significantly the onset and the mode of the impeller stall and onset and extent of the unsteady prerotation swirl.

**Keywords:** radial turbomachinery, centrifugal fan, unsteady flow, turbulent flow, impeller rotating stall, prerotation, computational fluid dynamics, detached-eddy simulation



## Popis slika

2.1	Kontrolni volumen radijalnog radnog kola . . . . .	7
2.2	Ulazni i izlazni trokuti brzina . . . . .	8
2.3	Dijagramski prikaz relativne pogreške uslijed zanemarenja stlačivosti strujanja . . . . .	10
2.4	Manifestacija rotirajućeg prekida strujanja na radnoj karakteristici aksijalnog kompresora [1] . . . . .	12
2.5	Propagacija ćelije rotirajućeg prekida strujanja u a) aksijalnoj [2] i b) radijalnoj rešetki . . . . .	13
2.6	Aktivno suzbijanje poremećaja meridionalnog profila aksijalne brzine uz pomoć pomičnih statorskih lopatica [3] . . . . .	14
2.7	Proširenje radnog područja kompresora s aktivnom stabilizacijom radne karakteristike . . . . .	15
2.8	Pojava rotirajućeg prekida strujanja na radnoj karakteristici centrifugalnog ventilatora [4] . . . . .	19
2.9	Vizualizacija strujanja u difuzoru radijalnog kompresora prikazuje premještanje ćelije rotirajućeg prekida strujanja u gornjoj trećini. Montirana sekvenca više snimaka je preuzeta i adaptirana iz literature [5].	20
2.10	Vizualizacija LES simulacije predvrtloga ispred kavitacijskog pretkola uz pomoć izopovršina statičkog tlaka te kontura aksijalne brzine, pri koeficijentu protoka $\varphi = 0.06$ . Prikazana je realizacija strujanja u jednom vremenskom trenutku. Slika je preuzeta iz literature [6]. . . . .	21
2.11	Predvrtlog kod nižeg ( $\varphi = 0.05$ ) i većeg ( $\varphi = 0.07$ ) protoka. Prikaz je preuzet iz literature [6]. . . . .	22

2.12	Spektralna analiza nestacionarnog signala tlaka u usisnoj cijevi pri tri različita protoka. Slika je preuzeta iz literature [7]. . . . .	23
2.13	Pojava diskontinuiteta i petlje histereze na radnim karakteristikama brzohodne centrifugalne pumpe. Slika je preuzeta iz [8]. . . . .	26
2.14	Razmještaj osjetnika tlaka u impeleru i difuzoru pumpe te fizički izgled i način montaže osjetnika. Slika je preuzeta iz [9]. . . . .	27
2.15	Fluktuacije tlaka na unutarnjem obodu difuzora pumpe pri 100%, 80% i 60% nominalnog protoka. Slika je preuzeta iz [9]. . . . .	28
3.1	Shema eksperimentalnog uređaja s najvažnijim dijelovima . . . . .	32
3.2	Detalj konstrukcije eksperimentalnog ventilatora . . . . .	33
3.3	Lijevo: kućište eksperimentalnog ventilatora u izradi. Desno: dedatlj radnog kola smještenog u kućište ispod prozirne prednje ploče . . . . .	34
3.4	Zazor između vrhova lopatica radnog kola i prednje ploče kućišta . . . . .	34
3.5	Mjerna usisna sapnica s kolektorom za mjerenje tlaka. U pozadini se vidi sačasta konstrukcija ulaznog smirivača toka . . . . .	35
3.6	Lijevo: mjerenje izlazne temperature. Desno: motorizirani regulacijski ventil za upravljanje protokom . . . . .	35
3.7	Eksperimentalna vizualizacija strujanja u ušću usisne cijevi pomoću vunениh niti . . . . .	36
3.8	Shema mjerenja protoka i prirasta tlaka. U okviru: shema umjeravanja diferencijalnih osjetnika tlaka uz pomoć alkoholnog mikromanometra . . . . .	37
3.9	Pozicije točaka “11”, “13 i ”15“ u kojima se snimaju fluktuacije tlaka na eksperimentalnom ventilatoru . . . . .	39
3.10	Brzi osjetnik tlaka PCB 106B, fotografija i crtež (s maticom za ugradnju). Oblik provrta za ugradnju osjetnika tlaka. Metričke mjere u zagradama . . . . .	39
3.11	Snimanje fluktuacija tlaka u ušću usisne cijevi. . . . .	40
4.1	Shematski prikaz energetskog spektra izotropne trodimenzionalne turbulencije (adaptirano prema [10]) . . . . .	42
4.2	Struktura graničnog sloja . . . . .	43
4.3	Područje turbulentne produkcije u graničnom sloju (adaptirano prema [10]). Profil turbulentne kinetičke energije u graničnom sloju (prema [11]) . . . . .	44
4.4	Rastezanje i zakretanje vrtloga djelovanjem gradijenta brzine odnosno tenzora brzine deformacije . . . . .	45

4.5	Kolmogorova i inverzna turbulentna kaskada (prema [10]) . . . . .	47
4.6	Utjecaj sistemske rotacije na vremenski osrednjeni profil brzine u graničnom sloju kanala (prema [12]) . . . . .	48
4.7	Utjecaj gradijenta tlaka na vremenski osrednjeni profil brzine u graničnom sloju kanala (prema [13]) . . . . .	49
4.8	Strategije simulacije turbulentnog strujanja s godinom početka primjene i brojem računskih točaka (prema podacima [14] iz tablice 4.1) . . . . .	51
4.9	Usporedba DNS, LES i RANS pristupa simulaciji turbulentnih strujanja, prema [15] . . . . .	53
4.10	Vizualizacija mlaza u poprečnom strujanju: trenutno (lijevo) i vremenski osrednjeno strujanje (desno), fotografija preuzeta iz [16] . . . . .	54
4.11	Profil brzine u ravnotežnom graničnom sloju . . . . .	61
4.12	Tretman čvrste stijenke pomoću zidnih funkcija u odnosu na integralni "Low-Re" pristup te pripadne računske mreže . . . . .	62
4.13	Izračunati profil brzine u graničnom sloju u ovisnosti o udaljenosti prve točke računske mreže $y_w^+$ , Couetteovo strujanje, SST $k-\omega$ model turbulencije s automatskim zidnim funkcijama. Prva točka u viskoznom podsloju $y_w^+ = 0.8$ , međusloju $y_w^+ = 11$ , logaritamskom području $y_w^+ = 105$ . . . . .	62
4.14	Ovisnost izračunatog koeficijenta trenja u cijevi kružnog presjeka u ovisnosti o $y_w^+$ prve točke računske mreže primjenom SST $k-\omega$ modela [17] te SST $k-\omega$ model s "Low-Re" modifikacijom [18]. Usporedba s empirijskom vrijednosti (Colebrook formula) [19]. Hidraulički glatka cijev, $Re = 158000$ . . . . .	64
4.15	URANS razriješene fluktuacije $V''$ , prema [20] . . . . .	66
4.16	URANS vremensko osrednjavanje nestacionarne turbulencije, prema [21] . . . . .	67

4.17	Turbulentni sadržaj u ovisnosti o strategiji turbulentne simulacije te finoći računske mreže prilikom opstrujavanja kružnog cilindra. Prikaz izopovršinama vrtložnosti, $Re_D = 50000$ , eksperimentalno ustanovljeni koeficijent otpora $C_d = 1.15 \div 1.25$ : a) stacionarni RANS, SST $k-\omega$ model turbulencije, izračunati koeficijent otpora $C_d = 0.78$ ; b) nestacionarni 2D RANS, SST $k-\omega$ , $C_d = 1.73$ ; c) nestacionarni 3D RANS, SST $k-\omega$ , $C_d = 1.24$ . Rješenje sadrži najveće odvojene vrtloge te jasno pokazuje trodimenzionalni karakter: uzdužni “roleri” te poprečna “rebra”; d) DES, gruba mreža, Spallart-Almaras model turbulencije, $C_d = 1.16$ ; e) DES, fina mreža, Spallart-Almaras, $C_d = 1.26$ ; f) DES, fina mreža, SST $k-\omega$ , $C_d = 1.28$ . Slika je preuzeta iz literature [22] . . . . .	68
4.18	Usporedba URANS i DES simulacije strujanja u rotorskom kanalu centrifugalnog ventilatora: prikaz pomoću strujnica te riješenih fluktuacija statičkog tlaka u frekvencijskoj domeni [23] . . . . .	70
4.19	Problem sporog rasta LES sadržaja. Vizualizacija DES simulacije turbulentnog mlaza sa standardnom DES supstitucijom duljinske skale (lijevo) i sa dodatnim supstitucijama (desno), slika preuzeta iz [24] . . . .	73
4.20	Turbulentne strukture u strujnoj rešetki aksijalnog kompresora, lijevo LES, desno DES, preuzeto iz [25] . . . . .	74
4.21	U centrifugalnom turbostroju sa lopatičnim difuzorom (statorom) i spiralnim kućištem javljaju se nestacionarne interakcije između pomičnih i nepomičnih dijelova . . . . .	75
4.22	Pomična (dolje) i nepomična (gore) mreža te “klizno” sučelje na površini kontakta. Nekonformna računska mreža na suprotnim stranama sučelja. .	75
4.23	Pomicanjem mreže u vremenskim koracima modelira se nestacionarna interakcija između pomičnih i nepomičnih dijelova . . . . .	76
4.24	Oblici poliedarskih kontrolnih volumena . . . . .	78
4.25	Strujnice promatrane iz nepomičnog (apsolutnog) referentnog sustava (lijevo) i iz rotirajućeg sustava referencije rotora (desno). . . . .	79
4.26	Usporedba $\Delta$ -, $Q$ - i $\lambda_2$ -kriterija na primjeru rotacijski simetričnog vrtložnog mlaza . . . . .	84
4.27	Prikaz vrtložnih struktura uz pomoć strujnica . . . . .	85
4.28	Prikaz vrtložnih struktura uz pomoć izopovršina $Q$ -kriterija. . . . .	87
4.29	Geometrija računske domene centrifugalnog ventilatora . . . . .	95



4.30	Gibanje radnog kola modelira se tehnikom pomične mreže. Mreža radnog kola komunicira sa stacionarnim dijelovima mreže preko dvije kontaktne površine ( <i>sliding interfaces</i> ) . . . . .	96
4.31	Adaptacija produžetka mreže radnog kola prema duljini razvijenog predvrtloga . . . . .	97
4.32	Oblici ispitivanih radnih kola . . . . .	98
4.33	Suženje promjera tlačne cijevi na izlazu iz domene, za tri područja protoka. . . . .	99
4.34	Geometrija ventilatora s aksijalnim zazorom konačnog iznosa $\delta_z$ u fizikalnom modelu numerički je modelirana samo u kontrolnim validacijskim proračunima. . . . .	99
4.35	Sukcesivno profinjavanje računske mreže za procjenu greške diskretizacije, detalj grla međulopatičnog kanala . . . . .	100
4.36	Kontrolne točke na obodu usisne cijevi u kojima se prate nestacionarne fluktuacije tlaka, tangencijalne i aksijalne brzine. Točke su udaljene od površine cijevi 4 mm, dok su u eksperimentalnom uređaju senzori ugrađeni tangencijalno (eng. <i>flush</i> ) u odnosu na unutarnju površinu cijevi. . . . .	101
5.1	Izmjerena radna karakteristika ventilatora s ucrtanim 95%-tnim intervalima pouzdanosti (proširena nesigurnost, <i>coverage factor</i> $k = 2$ ). Visoka nesigurnost mjerenja malih protoka mjernom sapnicom velikog promjera. Stupanj djelovanja odnosi se na električnu snagu koju motor povlači iz mreže. Obuhvaća osim gubitaka u ventilatoru i sve električne i mehaničke gubitke elektromotora i invertera, te kao takav služi samo za orijentaciju. . . . .	104
5.2	Proširena mjerna nesigurnost mjerenja protoka radnih točaka u kojima su snimani signali pulzacija tlaka. . . . .	105
5.3	Vremenski uzorak signala tlaka. Pozicije točaka prikazane su na slici (3.11) . . . . .	106
5.4	Filtriranje parazitske frekvencije komponente signala uslijed prisilnih vibracija usisne cijevi koje se prenose na osjetnik tlaka. . . . .	107
5.5	Vremenski uzorak signala tlaka prije i poslije filtriranja . . . . .	108
5.6	Intenzitet fluktuacija (RMS) signala tlaka prije i poslije filtriranja parazitske komponente. . . . .	109
5.7	“Waterfall” dijagram signala u točki “11” . . . . .	110
5.8	“Waterfall” dijagram signala u točki “13” . . . . .	111

5.9	Usporedba reziduala nestacionarne simulacije s 6 i 8 iteracija po vremenskom koraku. . . . .	112
5.10	Devijacija rezultata simulacije u jednostrukoj preciznosti kod velikog broja vremenskih koraka; gore: maseni protok; dolje: statički tlak u točki “03”. Vremenski korak $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-5}$ s. . . . .	113
5.11	Shematski prikaz dodatnih simulacija izvedenih na finijoj i grubljoj mreži, te pri manjem i pri većem vremenskom koraku u tri različite protočne točke. Naknadno su načinjene simulacije i na “superfinoj” mreži s korakom $\Delta h = 1.406$ mm pri $\Delta t_1 = 12.5 \mu\text{s}$ . . . . .	114
5.12	Utjecaj gustoće računske mreže i vremenskog koraka na radnu karakteristiku ventilatora . . . . .	115
5.13	Utjecaj gustoće računske mreže i vremenskog koraka na radnu karakteristiku ventilatora, detalj, oznake kao na slici (5.12) . . . . .	116
5.14	Statističke značajke nestacionarne veličine . . . . .	117
5.15	Vizualizacija razriješenih turbulentnih fluktuacija (“LES” sadržaja) uz pomoć izopovršina $Q$ -kriterija na mrežama različite gustoće (Gore: gruba, srednja mreža. Dolje: fina, superfina mreža). Vremenski korak nema primjetnog utjecaja na gornju sliku . . . . .	122
5.16	Utjecaj gustoće mreže na frekvencijski spektar statičkog tlaka u točki “15”, pri tri različita koeficijenta protoka. . . . .	123
5.17	Utjecaj gustoće mreže na frekvencijski spektar fluktuacija aksijalne brzine u točki “15”, pri tri različita koeficijenta protoka. . . . .	124
5.18	Utjecaj modela turbulencije na CFD proračun radne karakteristike . . . .	125
5.19	Turbulentni sadržaj rješenja SST $k-\omega$ DES modela s F1 funkcijom zaštite graničnog sloja, SST $k-\omega$ DES modela s F2 funkcijom zaštite graničnog sloja te rješenja $k-\varepsilon$ DDES modela na srednje finoj mreži ( $\Delta t = 25 \mu\text{s}$ ). Izopovršine $Q$ -kriterija obojane radijalnom brzinom . . . . .	126
5.20	Turbulentni sadržaj SST $k-\omega$ URANS rješenja na gruboj, srednjoj i finoj mreži pri $\Delta t = 25 \mu\text{s}$ . . . . .	127
5.21	Izravna usporedba izmjerene i izračunate karakteristike ventilatora . . . .	128
5.22	Usporedba CFD i eksperimentalne radne karakteristike ventilatora te utjecaj aksijalnog zazora na izračunatu radnu karakteristiku . . . . .	129
5.23	Pomak izmjerene radne karakteristike ventilatora ako se uzme u obzir moguća kontaminacija i promjena gustoće fluida u mikromanometru . . .	130

5.24	Usporedba fluktuacija tlaka iz eksperimentalnog (lijevo) i numeričkog modela (desno) u frekvencijskoj domeni, $\varphi = 0.0211$ . . . . .	131
5.25	Utjecaj aksijalnog zazor na oblik i amplitudu signala tlaka u kontrolnim točkama (lijevo: bez zazor; desno: zazor 4 mm), CFD simulacija, $\varphi = 0.0154$ ( $k_v = 1.32$ ) . . . . .	132
5.26	Utjecaj aksijalnog zazor na oblik i amplitudu signala tlaka u kontrolnim točkama (lijevo: bez zazor; desno: zazor 4 mm), CFD simulacija, $\varphi = 0.0077$ ( $k_v = 8.47$ ) . . . . .	133
5.27	CFD radne karakteristike u ovisnosti o geometriji rotora (prikazano je samo područje nižih protoka od interesa za studiju). . . . .	134
5.28	Prikaz fluktuacija ukupnog masenog protoka u vremenskoj domeni u različitim radnim točkama (pri različitim srednjim vrijednostima ukupnog masenog protoka), rotor “D” . . . . .	135
5.29	Intenzitet oscilacija (RMS) ukupnog masenog protoka $\dot{m}$ u različitim radnim točkama. Porast intenziteta u području nižih protoka $\phi = 0.020 \div 0.025$ . . . . .	136
5.30	Intenzitet oscilacija (RMS) masenog protoka u međulopatičnim kanalima rotora, $m_{ch}$ . Napomena: radno kolo “C” posjeduje dvostruko manji broj lopatica od preostalih kola te je stoga nominalni protok u međulopatičnom kanalu kola “C” dvostruko veći. . . . .	137
5.31	Periodogram varijacija protoka u pojedinim rotorskim kanalima. Gore: sinhrona interakcija između rotora i kućišta, $\varphi = 0.0288$ . Dolje: sub- i supersinhrona fluktuacije uslijed rotirajućeg prekida strujanja superponiraju se na varijacije uslijed interakcije rotora i statora, $\varphi = 0.0192$ . Rotor “D” . . . . .	138
5.32	Interakcija rotora i statora. Lijevo: polje tlaka u rotoru. Desno: profil aksijalne brzine u usisnoj cijevi, 2 cm prije ušća. Otklon toka u smjeru dolje-desno. $\varphi = 0.0311$ , rotor “A” . . . . .	138
5.33	“Waterfall” dijagram masenog protoka u međulopatičnom kanalu rotora $\dot{m}_{ch}$ . Naznačeni su trendovi frekvencije subsinhronih oscilacija. Rotor “D” . . . . .	139
5.34	Srednja vrijednost statičkog tlaka u kontrolnim točkama na obodu usisne cijevi (slika 4.36) u ovisnosti o protoku. . . . .	140
5.35	Intenzitet fluktuacija tlaka (RMS) u kontrolnim točkama u ovisnosti o protoku. . . . .	141

5.36	Uzorci fluktuacija tlaka snažno ovise o protoku i poziciji očitavanja. Točke “11”, “13” i “15”, protok prije i za vrijeme pojave rotirajućeg prekida strujanja te neposredno prije zatvaranja regulacijskog ventila, rotor “A”.	143
5.37	Uzorci fluktuacija tlaka u točkama “11”, “13” i “15”, protok prije i za vrijeme pojave rotirajućeg prekida strujanja te neposredno prije zatvaranja regulacijskog ventila, rotor “B”.	144
5.38	Uzorci fluktuacija tlaka u točkama “11”, “13” i “15”, protok prije i za vrijeme pojave rotirajućeg prekida strujanja te neposredno prije zatvaranja regulacijskog ventila, rotor “C”.	145
5.39	Uzorci fluktuacija tlaka u točkama “11”, “13” i “15”, protok prije i za vrijeme pojave rotirajućeg prekida strujanja te neposredno prije zatvaranja regulacijskog ventila, rotor “D”.	146
5.40	Frekvencijska karakterizacija uzoraka fluktuacija tlaka iz dijagrama (5.36). Točke “11”, “13” i “15”, rotor “A”.	148
5.41	Frekvencijska karakterizacija uzoraka fluktuacija tlaka iz dijagrama (5.37). Točke “11”, “13” i “15”, rotor “B”.	149
5.42	Frekvencijska karakterizacija uzoraka fluktuacija tlaka iz dijagrama (5.38). Točke “11”, “13” i “15”, rotor “C”.	150
5.43	Frekvencijska karakterizacija uzoraka fluktuacija tlaka iz dijagrama (5.39). Točke “11”, “13” i “15”, rotor “D”.	151
5.44	Prikaz prodora precesijskih vrtloga u usisnu cijev pomoću simuliranih vunelih niti. Niti pokazuju natražni smjer strujanja unutar vrtloga. Radno kolo “D”, $\varphi = 0.0076$ , $t = 0.9765$ s	152
5.45	Natražno strujanje i pojava precesijskih vrtloga pred ulazom u rotorske kanale pri rotirajućem prekidu strujanja. Prikaz pomoću izopovršina $Q = 2.0 \cdot 10^6 \text{ s}^{-2}$ i strujnica, rotor “D”, $\varphi = 0.0076$ , u trenutku $t = 0.9765$ s	153
5.46	Lijevo: prikaz precesijskih vrtloga pomoću strujnica. Desno: prodiranje precesijskih vrtloga u usisnu cijev, $Q = 1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2}$ . Radno kolo “D”, $\varphi = 0.0076$ , $t = 0.9765$ s	154
5.47	Lijevo: strujnice i izopovršine $Q = 1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2}$ prikazuju domet poremećaja u usisnoj cijevi. Desno: Pogled iz usisne cijevi u smjeru rotora. Radno kolo “D”, $\varphi = 0.0076$ , $t = 0.9765$ s	155

5.48	Lijevo: Strujnice s izvorom na stjenci usisne cijevi demonstriraju “sraz” između dolaznog toka i mlaza natražnog toka. Radno kolo “D”, $\varphi = 0.0076$ , $t = 0.9765$ s . . . . .	155
5.49	Premještanje ćelije rotirajućeg prekida strujanja, sekvencija u trajanju jednog punog okretaja rotora. Rotor “D”, $\varphi = 0.0135$ . Vizualizacija uz pomoć izopovršina $Q = 2.0 \cdot 10^6$ s <sup>-2</sup> i strujnica. . . . .	157
5.50	Sekvencija iz prethodne slike prikazana uz pomoć simulacije vunenih niti, rotor “D”, $\varphi = 0.0135$ . . . . .	158
5.51	Trodimenzijski prikaz premještanja precesijskog vrtloga, sekvencija u trajanju $3.5t_R$ ( $3.5$ okretaja rotora), rotor “D”, $Q = 1.5 \cdot 10^5$ s <sup>-2</sup> , $\varphi = 0.0135$	159
5.52	Sekvencija rotirajućeg prekida strujanja s dvije ćelije, rotor “D”, $\varphi = 0.0076$	160
5.53	Sekvenca rotirajućeg prekida strujanja s tri ćelije, rotor “D”, $\varphi = 0.0057$	161
5.54	Frekvencijska karakterizacija rotirajućeg prekida strujanja prikazanog vremenskim sekvencama na slikama (5.49), (5.52), (5.53). Periodogram protoka u međulopatičnim kanalima $\dot{m}_{ch}$ i tlaka na poziciji “13”, radno kolo “D” . . . . .	162
5.55	Smanjenjem protoka se pojedinačni predvrtlozi povezuju u predvrtlog. Radno kolo “D”, izopovršine $Q = 1.5 \cdot 10^5$ s <sup>-2</sup> . . . . .	164
5.56	Intenzivno turbulentno miješanje i nastanak Kelvin-Helmholtzovih vrtloga na fronti kontakta dolazne struje i predvrtloga. Radno kolo “A”, $\varphi = 0.0077$ , $t = 0.9$ s . . . . .	165
5.57	Glatke kružne strujnice iza fronte kontakta dolazne struje i predvrtloga. Radno kolo “B”, $\varphi = 0.0044$ , $t = 0.9$ s . . . . .	165
5.58	Prikaz turbulentne helikoidalne strukture razvijenog predvrtloga pri niskom protoku uz pomoć strujnica i izopovršina $Q = 1.5 \cdot 10^5$ s <sup>-2</sup> . Radno kolo “B”, $\varphi = 0.0015$ , $t = 1.0$ s . . . . .	167
5.59	Prikaz turbulentne strukture razvijenog predvrtloga pri niskom protoku uz pomoć strujnica i izopovršina $Q = 1.5 \cdot 10^5$ s <sup>-2</sup> . Radno kolo “C”, $\varphi = 0.0015$ , $t = 1.0$ s . . . . .	168
A.1	Osnovna geometrija radnog kola ”Rotor A”: ulazni kut lopatica $\beta_{g1} = 25^\circ$ , radijalni izlaz, broj lopatica $Z = 16$ . . . . .	176
A.2	Geometrija radnog kola ”Rotor B”: ulazni kut lopatica $\beta_{g1} = 40^\circ$ , lopatice blago povinute prema naprijed $\beta_{g2} = 93.6^\circ$ , broj lopatica $Z = 16$ . . . . .	176

A.3	Geometrija radnog kola "Rotor C": ulazni kut lopatica $\beta_{g1} = 25^\circ$ , radijalni izlaz, broj lopatica $Z = 8$ . Ovaj rotor jednak je rotoru "A" sa izbačenom svakom drugom lopaticom . . . . .	177
A.4	Geometrija radnog kola "Rotor D": ulazni kut lopatica $\beta_{g1} = 25^\circ$ , lopatice povinute prema nazad $\beta_{g2} = 55^\circ$ . . . . .	177
B.1	Uz izvod odnosa frekvencija rotirajućeg prekida strujanja . . . . .	180
B.2	Odziv dvočelijskog rotirajućeg prekida strujanja u periodogramu . . . . .	181

## Popis tablica

2.1	Relativna pogreška uslijed zanemarenja stlačivosti strujanja . . . . .	11
3.1	Izvod iz proizvođačkih specifikacija osjetnika tlaka PCB 106B . . . . .	40
4.1	Pregled strategija simulacije turbulentnog strujanja . . . . .	50
4.2	Sažetak geometrijskih obilježja simuliranih radnih kola . . . . .	97
4.3	Pregled prikaz svih varijanti računske mreže zajedno s mrežama korištenim u svrhu verifikacije i validacije rješenja . . . . .	102
5.1	Indeks konvergencije mreže pri $\Delta t = 25.0 \mu s$ , koeficijent protoka $\varphi = 0.0230$ ( $k_v = 0.0$ ) . . . . .	117
5.2	Indeks konvergencije vremenskog koraka na srednjoj mreži ( $\Delta h_1 = 2.461$ mm), koeficijent protoka $\varphi = 0.0230$ ( $k_v = 0.0$ ) . . . . .	118
5.3	Indeks konvergencije mreže pri $\Delta t = 25.0 \mu s$ , koeficijent protoka $\varphi = 0.0154$ ( $k_v = 1.32$ ) . . . . .	118
5.4	Indeks konvergencije vremenskog koraka na srednjoj mreži ( $\Delta h_1 = 2.461$ mm), koeficijent protoka $\varphi = 0.0154$ ( $k_v = 1.32$ ) . . . . .	119
5.5	Indeks konvergencije mreže pri $\Delta t = 25.0 \mu s$ , koeficijent protoka $\varphi = 0.0077$ ( $k_v = 8.47$ ) . . . . .	119
5.6	Indeks konvergencije vremenskog koraka na srednjoj mreži ( $\Delta h_1 = 2.461$ mm), koeficijent protoka $\varphi = 0.0077$ ( $k_v = 8.47$ ) . . . . .	120
A.1	Sažetak geometrijskih obilježja analiziranih radnih kola . . . . .	175





## Latinični znakovi

Oznaka	Opis	Jedinica
$A$	Površina	$\text{m}^2$
$a$	Lokalna brzina zvuka	$\text{m/s}$
$c$	Apsolutna brzina	$\text{m/s}$
$c_m$	Meridionalna komponenta apsolutne brzine	$\text{m/s}$
$c_u$	Tangencijalna komponenta apsolutne brzine	$\text{m/s}$
$D$	Promjer radnog kola	$\text{m}$
$d_1$	Promjer usisne cijevi	$\text{m}$
$d_2$	Promjer tlačne cijevi	$\text{m}$
$d_s$	Promjer konične mjerne usisne sapnice	$\text{m}$
$F_s$	Faktor sigurnosti	1
$f$	Frekvencija	$1/\text{s}$
$f_R$	Frekvencija vrtnje rotora	$1/\text{s}$
$k$	Turbulentna kinetička energija	$\text{m}^2/\text{s}^2$
$k_v$	Koeficijent izlaznog gubitka tlaka	1
$\dot{m}$	Maseni protok stroja	$\text{kg/s}$
$\dot{m}_{\text{ch}}$	Maseni protok u međulopatičnom kanalu kola	$\text{kg/s}$
$M$	Lokalni Machov broj	1
$M_t$	Moment sila fluida na radnom kolu	$\text{Nm}$
$p$	Tlak	$\text{Pa}$
$p_b$	Barometarski tlak (tlak okoline)	$\text{Pa}$
$p$	Prividni red konvergencije	1
$r_{21}$	Omjer koraka fine i srednje fine mreže	1
$r_{32}$	Omjer koraka srednje fine i grube mreže	1
$R$	Plinska konstanta	$\text{J}/(\text{kgK})$
$S_\phi$	Volumenski izvor svojstva $\phi$	
$S_{ij}$	Tenzor brzine deformacije	$1/\text{s}$
$T$	Trmodinamička temperatura	$\text{K}$
$t_R$	Period jednog okretaja rotora	$\text{s}$
$u$	Prijenosna brzina	$\text{m/s}$
$v_i$	Vektor brzine	$\text{m/s}$
$v_a$	Aksijalna brzina u usisnoj cijevi	$\text{m/s}$

Oznaka	Opis	Jedinica
$v_t$	Tangencijalna brzina u usisnoj cijevi	m/s
$w$	Relativna brzina	m/s
$W_{ij}$	Tenzor vrtložnosti	1/s
$x_i$	Kartezijska koordinata u indeksnoj notaciji	m
$Z$	Broj lopatica	1

## Grčki znakovi

Oznaka	Opis	Jedinica
$\alpha\epsilon$	Koeficijent mjerne usisne sapnice	1
$\beta$	Kut relativne brzine	1
$\beta^*$	Konstanta SST $k$ - $\omega$ modela	1
$\beta_g$	Geometrijski kut lopatice	1
$\Gamma_\phi$	Koeficijent difuzije svojstva $\phi$	
$\Delta h$	Karakteristični korak računske mreže	m
$\Delta t$	Vremenski korak	s
$\Delta p_{\text{tot}}$	Prirast zaustavnog tlaka	Pa
$\Delta\rho$	Promjena gustoće	kg/m <sup>3</sup>
$\epsilon_\rho$	Relativna promjena gustoće	1
$\epsilon_{\Delta p}$	Relativna promjena tlaka	1
$\kappa$	Eksponent izentropie	1
$\rho$	Gustoća	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_0$	Gustoća zraka pri tlaku i temperaturi okoline	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_1$	Gustoća zraka u ulaznom presjeku	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_2$	Gustoća zraka izlaznom presjeku	kg/m <sup>3</sup>
$\varphi$	Koeficijent protoka	1
$\varphi_{\text{bep}}$	Koeficijent protoka u radnoj točki najveće iskoristivosti	1
$\varphi_{\text{cr}}$	Koeficijent protoka u radnoj točki najvećeg prirasta tlaka	1
$\phi$	Intenzivno skalarno svojstvo	
$\psi$	Koeficijent tlaka	1
$\eta$	Iskoristivost	1
$\epsilon$	Relativna pogreška	1
$\varepsilon$	Brzina disipacije turbulentne kinetičke energije	m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>
$\omega$	Brzina disipacije energije u jedinici volumena i vremena	1/s

Oznaka	Opis	Jedinica
$\omega_i$	Vektor vrtložnosti	1/s
$\omega_R$	Kutna brzina rotora	1/s
$\mu$	Molekularna viskoznost	Pas
$\mu_t$	Turbulentna viskoznost	Pas
$\varepsilon_{ijk}$	Permutacioni simbol	
$\delta_{ij}$	Kroneckerov simbol	
$\tau_{ij}$	Tenzor viskoznih naprezanja	Pa
$\tau_{ij}^R$	Tenzor Reynoldsovih naprezanja	Pa

## Gornji indeksi

Oznaka	Opis
+	Vrijednost varijable u “zidnim” jedinicama (eng. <i>wall units</i> )

## Donji indeksi

Oznaka	Opis
1	Vrijednost varijable se odnosi na ulazni trokut brzina
2	Vrijednost varijable se odnosi na izlazni trokut brzina
1	Vrijednost varijable u presjeku 1 (usisna cijev)
2	Vrijednost varijable u presjeku 2 (tlačna cijev)
11-16	Vrijednost varijable u kontrolnim točkama (pozicijama) “11” do “16”
$w$	Vrijednost varijable na čvrstoj stijenci

xxx POPIS TABLICA

# 1 | Uvod

## 1.1. Motivacija

Nestacionarno strujanje je inherentno svojstvo turbostrojeva. Strujanje u turbostroju nužno mora biti nestacionarno u mirujućem referentnom sustavu da bi se realizirao prijenos energije. S druge strane, strujanje u turbostroju smatra se stacionarnim ako je ono vremenski nepromjenjivo u svom lokalnom sustavu referencije, primjerice strujanje u rotorskim kanalima u sustavu referencije vezanom na pomični rotor, ili strujanje u usisnoj cijevi ili spiralnom kanalu u nepomičnom sustavu referencije. Nestacionarno strujanje u smislu naslova ovog rada je dakle ono strujanje koje je nestacionarno u svom lokalnom sustavu referencije i koje u svom izraženom obliku predstavlja izvor nestabilnosti, povećanih gubitaka, vibracija i buke.

Strujanje u većini turbostrojeva je turbulentno, sa visokim Reynoldsovim brojevima. U projektnom (optimalnom) režimu rada hidraulički gubici su minimalni te su uglavnom posljedica neizbježnog trenja. U vanprojektnim režimima rada s protokom nižim od optimalnog strujanje postaje nestacionarno te se odvaja od površina unutrašnjeg strujnog aparata. Separirani tok prate povećani hidraulički gubici, smanjena iskoristivost, fluktuacije tlaka i protoka te povećana razina buke i vibracija. Nestacionarne strujne pojave predstavljaju poremećaj u radu turbostrojeva.

Rotirajući prekid strujanja je poseban oblik separacije toka koji se giba u obodnom smjeru unutar turbostroja. Uslijed smanjenog protoka povećava se napadni kut nastrujavanja fluida na ulaznom bridu lopatica. U jednom ili u više rotorskih kanala može doći do pojave separacije i prekida strujanja. Tok se zatim preusmjerava i raspoređuje u slobodne kanale. Zbog defleksije dolaznog toka dolazi do pojave separacije i postupnog prekida strujanja u do tada protočnim susjednim kanalima, a protok se

ponovno postupno uspostavlja u do tada začepljenim kanalima. Na taj se način prekid strujanja premješta od jednog do drugog kanala u obodnom smjeru, odnosno rotira unutar turbostroja.

Kod još nižih protoka nastaje pojava prerotacije fluida uzvodno od radnog kola stroja. Fluid već zahvaćen rotorskim lopaticama struji unazad prema usisnoj cijevi. Natražni tok izrazito je nestacionarnog, oscilatornog karaktera te posjeduje jaku tangencijalnu odnosno vrtložnu komponentu brzine. Dolazni tok se miješa sa natražnim tokom te poprima vrtložni karakter. Velika brzina kojom vrtložnost iz natražnog toka zahvaća jezgru dolaznog toka posljedica je pulsirajuće turbulentne prirode natražnog toka. Inducirani predvrtlog manifestira se promjenom napadnog kuta i sniženjem prirasta zaustavnog tlaka u stroju kod niskih protoka.

Zbog složenosti trodimenzionalnog turbulentnog nestacionarnog strujanja u radijalnim turbostrojevima te nedovoljnog poznavanja spomenutih pojava i nepostojanja prediktivnog kriterija nastanka postoji potreba za njihovim daljnjim istraživanjem na numeričkim i fizikalnim modelima.

### 1.2. Hipoteza rada

Detaljno poznavanje strujanja unutar strujnog aparata ima važnu ulogu u dizajnu turbostrojeva te u predviđanju njihovih radnih karakteristika. U vanprojektnim režimima rada centrifugalnih strojeva pri sniženim protocima javljaju se nestacionarne strujne pojave koje su uzrok smanjene iskoristivosti, fluktuacija tlaka i protoka te povećanoj razini buke i vibracija. Iako se proučavaju već duže vrijeme, ove pojave još nisu potpuno shvaćene.

Eksperimentalnim metodama je teško je i skupo dobiti uvid u potpunu strukturu nestacionarnog strujnog polja u brzorotirajućem referentnom sustavu turbostroja. S druge strane, razvojem metoda numeričke mehanike fluida (CFD) te rastom procesne snage osobnih računala postalo je moguće simulirati nestacionarno strujanje na domenama koje obuhvaćaju cijeli stupanj turbostrojeva.

U ovom radu će se simulirati, primjenom metoda numeričke mehanike fluida, nestacionarno strujanje u vanprojektnim režimima rada centrifugalnog ventilatora. Numerički rezultati nestacionarnih simulacija će se validirati usporedbom s rezultatima mjerenja na eksperimentalnom ventilatoru. Pri tome neće biti potrebno mjeriti cijelo nestacionarno polje strujanja već samo globalne integralne parametre rada koje je

relativno jednostavno izmjeriti. Dodatno će se izmjeriti nestacionarne fluktuacije tlaka u nekoliko točaka smještenih u ušće usisne cijevi, neposredno prije ulaska fluida u radno kolo ventilatora. Ti će rezultati biti uspoređeni s vremenskim fluktuacijama tlaka u korespondentnim točkama numeričkog modela.

Nestacionarnom vizualizacijom rezultata simulacije strujanja želi se dobiti uvid u pojave koje je teško dokučiti eksperimentalnim metodama te na taj način dati doprinos razumijevanju tih pojava. Pretpostavlja se da rotirajući prekid strujanja utječe na strujanje i fluktuacije tlaka uzvodno od ulaza u rotor, odnosno u usisnoj cijevi. Također, pretpostavlja se da postoji povezanost između rotirajućeg prekida strujanja i nestacionarne, pulsirajuće prirode predvrtloga, koja je uzrok brzog prijenosa vrtložnosti iz područja povratnog toka u jezgru dolaznog toka.

Računalnom simulacijom će se ispitati nekoliko varijanti radnog kola, kako bi se dobio uvid o utjecaju geometrije radnog kola na nestacionarne pojave u centrifugalnom ventilatoru.

### **1.3. Pregled rada**

U drugom poglavlju ovog rada izložene su teorijske osnove energetske pretvorbe u centrifugalnom ventilatoru te je dan pregled postojećih spoznaja i dosadašnjih istraživanja nestacionarnih strujnih pojava u turbostrojevima.

U trećem poglavlju je opisan eksperimentalni model centrifugalnog ventilatora koji je izrađen za potrebe ovog istraživanja zajedno s prikazom plana i metoda mjerenja.

U četvrtom poglavlju opisan je numerički model centrifugalnog ventilatora. Opisani su problemi numeričkog modeliranja turbulentnih strujanja, modeli turbulencije, metode validacije i verifikacije rezultata numeričkog modela, metode vizualizacije strujanja te računaska mreža numeričkog modela.

U petom poglavlju prikazani su rezultati eksperimentalnih mjerenja, verifikacija i validacija rezultata računalne simulacije te konačno rezultati same računalne simulacije nestacionarnih strujnih pojava u centrifugalnom ventilatoru.

Šesto poglavlje sadrži sažetak glavnih rezultata istraživanja te su prijedloge budućih istraživanja.

Sedmo poglavlje sadrži zaključak doktorskog rada s prikazom originalnog znanstvenog doprinosa.

#### **4** Poglavlje 1. Uvod



## 2 | Teorijske osnove energetske pretvorbe u centrifugalnom ventilatoru

Turbostrojevi su uređaji koji kontinuiranoj struji fluida dodaju ili oduzimaju energiju dinamičkim djelovanjem rotirajućih lopatica.

Strujanje u ventilatoru može se smatrati nestlačivim ako lokalni Machov broj ne prelazi vrijednost  $M \leq 0.3$  te ukoliko ostvareni prirast statičkog tlaka  $p_2/p_1 \lesssim 1.1$  ne dovodi do značajnije promjene gustoće radnog medija. U protivnom slučaju nestlačiva model dovodi do značajnije pogreške.

Strujanje, laminarno i turbulentno, opisuje se sustavom parcijalnih diferencijalnih jednadžbi koje u diferencijalnom obliku zadovoljavaju zakone očuvanja mase, energije i količine gibanja primjenjene na česticu fluida.

### 2.1. Osnovne jednadžbe

Čestica fluida može se gibati ili deformirati na četiri osnovna načina: translacija (vektor brzine), rotacija (antisimetrični dio tenzora gradijenta brzine), duljinska deformacija ili dilatacija (dijagonalni članovi tenzora gradijenta brzine) te smična deformacija (izvandijagonalni članovi tenzora gradijenta brzine).

Tenzor gradijenta brzine može se rastaviti na simetrični  $S_{ij}$  i antisimetrični dio  $W_{ij}$ :

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.1)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.2)$$

Simetrični tenzor  $S_{ij}$  naziva se tenzorom brzine deformacije (eng. *strain rate*), dok se antisimetrični tenzor  $W_{ij}$  naziva tenzorom vrtložnosti (eng. *rotation tensor* [26]).

Vektor vrtložnosti (eng. *vorticity vector*) definiran je primjenom operacije rotora nad vektorom brzine:

$$\omega_i = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

Između vektora i tenzora vrtložnosti postoji uzajamna veza:

$$\omega_i = \varepsilon_{ijk} W_{kj} = -\varepsilon_{ijk} W_{jk} \quad (2.4)$$

$$W_{ij} = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \omega_k \quad (2.5)$$

Vektor vrtložnosti jednak je dvostrukom iznosu vektora kutne brzine rotacije.

Zakon očuvanja mase u diferencijalnom obliku izražava nepromjenjivost mase čestice fluida:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) = \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.6)$$

Kod nestlačivog strujanja gustoća fluida je konstantna te jednadžba kontinuiteta poprima oblik koji izražava kinematički uvjet nepromjenjivosti volumena čestice:

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.7)$$

Jednadžba količine gibanja predstavlja drugi Newtonov zakon ( $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ) primijenjen na česticu fluida:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.8)$$

gdje je  $\tau_{ij}$  tenzor smičnog naprezanja koji je proporcionalan tenzoru brzine deformacije. Za nestlačivi fluid Newtonov zakon viskoznosti glasi:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} \quad (2.9)$$

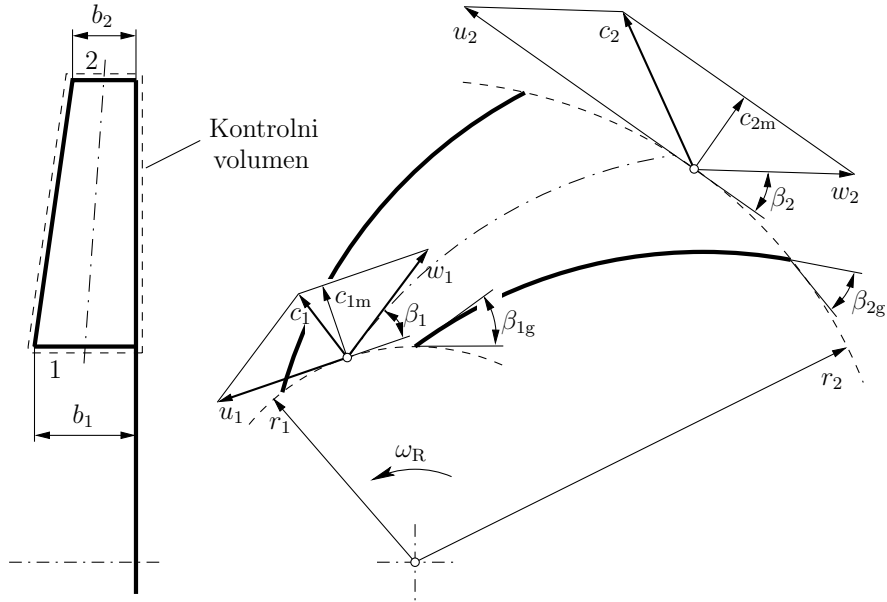
te jednadžba količine gibanja poprima oblik:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.10)$$

koji se naziva Navier-Stokes jednadžba za nestlačivo strujanje Newtonovskog fluida.

Transportna jednadžba vrtložnosti izvodi se primjenom operatora rotora nad Navier-Stokes jednadžbom(2.10) [26, 20]:

$$\frac{D\omega_i}{Dt} \equiv \frac{\partial \omega_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} = \omega_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.11)$$



**Slika 2.1** – Kontrolni volumen radijalnog radnog kola

Jednadžba kontinuiteta (2.7) i jednadžba količine gibanja (2.8) mogu se integrirati u kontrolnom volumenu koji čini jedan međulopatični kanal radnog kola (slika 2.1). Uobičajeno je u turbostrojarskoj literaturi brzinu označavati oznakom  $\mathbf{c}$  i nazivati je apsolutnom brzinom, obodnu brzinu  $\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega}_R \times \mathbf{r}$ , a vektorsku razliku  $\mathbf{w} = \mathbf{c} - \mathbf{u}$  nazivati relativnom brzinom. Integralna jednadžba kontinuiteta glasi:

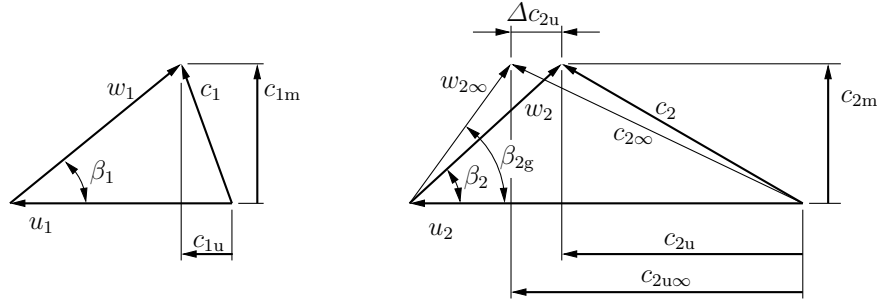
$$c_{1m}A_1 = c_{2m}A_2 = \frac{1}{\rho}\dot{m} \quad (2.12)$$

Vektorskim množenjem jednadžbe (2.8) radijusom  $\mathbf{r}$  te integriranjem u kontrolnom volumenu uz zanemarenje rada masenih i viskoznih sila dobiva se integralna jednadžba momenta količine gibanja:

$$M_t = [r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}] \dot{m} \quad (2.13)$$

Množenjem gornje jednadžbe kutnom brzinom rotora dobiva se konačno izraz za hidrauličnu snagu stroja:

$$P_h = \frac{\dot{m}}{\rho} \Delta p_{\text{tot}} = M_t \omega_R = [u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}] \dot{m} \quad (2.14)$$



Slika 2.2 – Ulazni i izlazni trokuti brzina

Iz gornje jednadžbe vidljivo je da postojanje pozitivne vrtložne komponente brzine na ulazu u radijalni rotor umanjuje izvršeni rad stroja odnosno prirast zaustavnog tlaka.

## 2.2. Bezdimenzijske značajke ventilatora

Korištenjem bezdimenzijskih značajki moguće je uspoređivati performanse ventilatora pri različitim brojevima okretaja ili pri različitim gustoćama radnog medija. Bezdimenzijske značajke ne ovise o stvarnim parametrima energetske pretvorbe kao što su protok, prirast tlaka i druge veličine.

Značajka tlaka  $\psi$  dobiva se normiranjem ukupnog prirasta zaustavnog tlaka u ventilatoru obodnom brzinom rotora:

$$\psi = \frac{\Delta p_{\text{tot}}}{\frac{1}{2} \rho v_2^2} \quad (2.15)$$

pri čemu je obodna brzina rotora:

$$v_2 = d_2 \pi f_R \quad (2.16)$$

Značajka protoka  $\varphi$  nastaje normiranjem volumenskog protoka  $\dot{m}/\rho$  obodnom brzinom  $v_2$  te površinom čeine projekcije rotora  $d_2^2 \pi / 4$ :

$$\varphi = \frac{\dot{m}}{\rho \frac{v_2 d_2^2 \pi}{4}} \quad (2.17)$$

Uz pogonsku snagu stroja  $P_{\text{vratilo}}$  veže se značajka snage  $\lambda$  definirana kao:

$$\lambda = \frac{P_{\text{vratilo}}}{\frac{v_2 d_2^2 \pi}{4} \cdot \frac{\rho v_2^2}{2}} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\frac{\dot{m}}{\rho}}{\frac{v_2 d_2^2 \pi}{4} \cdot \frac{1}{2} \rho v_2^2} \cdot \frac{\Delta p_{\text{tot}}}{1} = \frac{\varphi \psi}{\eta} \quad (2.18)$$

Pogonska snaga predstavlja snagu na spojci pogonskog vratila a sastoji se od hidrauličke snage  $P_h$  te snage svih mehaničkih, volumetrijskih i hidrauličkih gubitaka. Hidraulička snaga (ili korisna snaga) predstavlja ukupnu promjenu mehaničkog energetskeg stanja fluida karakteriziranu prirastom zaustavnog tlaka  $\Delta p_{\text{tot}}$ :

$$P_h = \frac{\dot{m}}{\rho} \Delta p_{\text{tot}} \quad (2.19)$$

Dimenzijska analiza pokazuje da prirast tlaka reflektira promjenu mehaničke energije u jedinici volumena fluida. Stupanj djelovanja stroja predstavlja omjer korisne i uložene energije, a moguće ga je izraziti i preko prikazanih bezdimenzijskih značajki:

$$\eta = \frac{P_h}{P} = \frac{\frac{\dot{m}}{\rho} \Delta p_{\text{tot}}}{P} = \frac{\varphi \psi}{\lambda} \quad (2.20)$$

### 2.3. Utjecaj stlačivosti na analizu strujanja

Svi proračuni i analize u ovom radu izvedeni su uz pretpostavku nestlačivog strujanja. Veće brzine strujanja dovode do većih promjena i prirasta tlaka, a gustoća plinova se osjetno mijenja s tlakom. Pretpostavku o nestlačivosti je potrebno provjeriti.

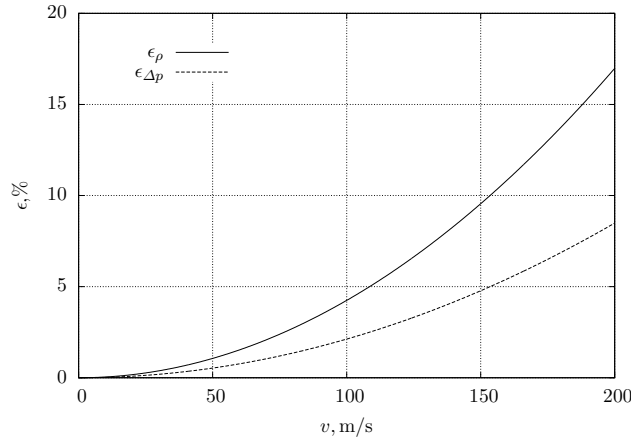
Brzina zvuka odnosno brzina propagacije slabog tlačnog poremećaja u elastičnoj sredini predstavlja mjeru promjene gustoće s promjenom tlaka uz konstantnu entropiju (npr. [27, 28]):

$$a = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s} \quad (2.21)$$

Gornji izraz može se aproksimirati konačnim vrijednostima razlike tlaka i gustoće:

$$a \approx \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} \quad (2.22)$$

Razlika između statičkog i zaustavnog tlaka  $\Delta p$  fluida brzine  $v$  (dinamički tlak) pri



**Slika 2.3** – Dijagramski prikaz relativne pogreške uslijed zanemarenja stlačivosti strujanja

nestlačivom strujanju iznosi:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (2.23)$$

Dinamički tlak fluida pri stlačivom strujanju [29] dan je izrazom:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho v^2 \left[ 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{v}{a} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \rho v^2 \left[ 1 + \frac{1}{4} M^2 \right] \quad (2.24)$$

Relativna pogreška u prirastu tlaka, koja nastaje kada se strujanje stlačivog fluida aproksimira nestlačivim strujanjem, iznosi dakle:

$$\epsilon_{\Delta p} = \frac{\Delta(\Delta p)}{\Delta p} = \frac{1}{4} \left( \frac{v}{a} \right)^2 = \frac{1}{4} M^2 \quad (2.25)$$

Pogreška u prirastu tlaka prenosi se na veličine ovisne o tlaku, prije svega na veličine dinamičkih sila fluida na čvrste stjenke. O silama pak ovise okretni moment na vratilu te snaga turbostroja. Istovremeno, relativna promjena gustoće fluida u odnosu na početnu gustoću iznosi:

$$\epsilon_\rho = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{1}{2} \left( \frac{v}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} M^2 \quad (2.26)$$

Relativna pogreška za različite brzine strujanja ( $p = 101325 \text{ Pa}$ ,  $T = 293.15 \text{ K}$ ,  $R = 287 \text{ J/kgK}$ ,  $\kappa = 1.4$ ,  $\rho = p/RT = 1.204 \text{ kg/m}^3$ ,  $a = \sqrt{\kappa RT} = 343.2 \text{ m/s}$ ) prikazana je dijagramski na slici 2.3. Dijagram potvrđuje opravdanost zanemarenja učinaka stlačivosti ukoliko lokalne brzine strujanja u ventilatoru značajno ne prelaze

100 m/s.

m/s	50	100	150	200
$\epsilon_\rho$	1.06%	4.24%	9.55%	16.98%
$\epsilon_{\Delta p}$	0.53%	2.12%	4.78%	8.49%

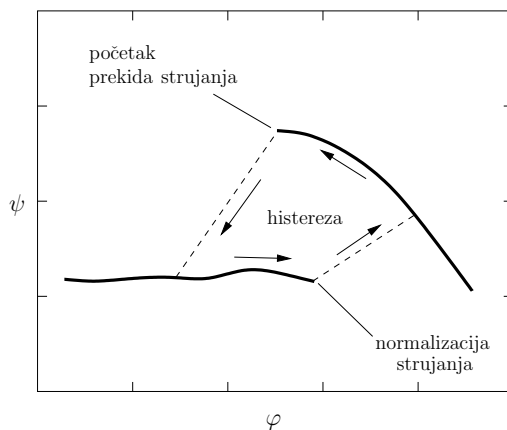
**Tablica 2.1** – Relativna pogreška uslijed zanemarenja stlačivosti strujanja

## 2.4. Nestacionarne strujne pojave

Rotirajući prekid strujanja je nestabilnost u radu kod koje dolazi do prekida strujanja u jednome ili u više kanala radnog kola pri čemu se tok preusmjerava i raspoređuje u slobodne kanale. Zbog defleksije dolaznog toka dolazi do pojave separacije i postupnog prekida strujanja u do tada protočnim kanalima, a protok se ponovno postupno uspostavlja u do tada začepljenim kanalima. Tako se prekid strujanja premješta iz jednog u drugi susjedni kanal, pa prekid strujanja putuje kroz rotor u obodnom smjeru, odnosno rotira.

Kod još nižih protoka javlja se povratni tok fluida već zahvaćenog rotorskim lopaticama nazad u usisnu cijev. Taj povratni tok ima jaku tangencijalnu tj. vrtložnu komponentu brzine. Miješa se sa dolaznim tokom koji tako poprima vrtložni karakter, što utječe na performanse stroja. Izraženo je oscilatornog, nestacionarnog karaktera te se manifestira kao ulazna nestabilnost. Nestabilnost se manifestira oscilacijama protoka, prirasta tlaka te ulazne snage stroja, a što je veći energetski prirast u stupnju stroja to je i nestabilnost izraženija [30]. Radno područje stroja u primjeni je ograničeno postojanjem nestabilnosti.

Rotirajući prekid strujanja u aksijalnim kompresorima turbomlaznih motora prepoznat je kao zasebna pojava pored pojave pumpanja početkom 1950-ih godina. Pojavljuje se u radu kompresora iznenada, prilikom smanjivanja masenog protoka pri konstantnoj brzini vrtnje. Nastankom rotirajućeg prekida strujanja narušava se osnosimetričnost strujanja u kompresoru, a zone poremećenog toka kreću se u tangencijalnom smjeru unutar prstenastog dijela strujnog aparata, odnosno rotiraju oko osi kompresora približno konstantnom brzinom koja je niža od brzine vrtnje kompresora. Pojava rezultira smanjenjem prirasta tlaka na radnoj karakteristici stroja, a strujanje se ponovno stabilizira tek kada se protok poveća i to iznad protoka pri kojem je pojava nastala, tvoreći petlju histereze na radnoj karakteristici stroja (slika



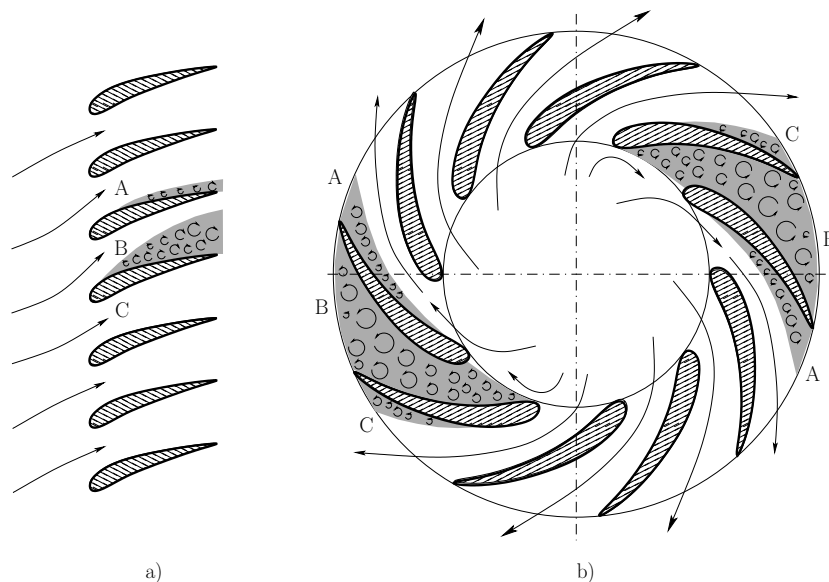
**Slika 2.4** – Manifestacija rotirajućeg prekida strujanja na radnoj karakteristici aksijalnog kompresora [1]

2.4).

Hipotezu o premještanju ćelije rotirajućeg prekida strujanja u aksijalnoj rešetki postavio je Emmons [2]: U međulopatičnom kanalu u kojem su stvoreni potrebni uvjeti (slika 2.5) dolazi do otcjepljenja graničnog sloja, postupnog prekida strujanja te pojave natražnog strujanja. Zastoj i natražno strujanje djeluju na dolazni tok koji se, zaobilazeći prepreku, otklanja prema susjednim, prohodnim kanalima. Uslijed defleksije dolaznog toka uvjeti nastrujavanja (napadni kut) postaju povoljniji u prethodnom strujnom kanalu a pogoršavaju se u slijedećem kanalu (gledano prema smjeru vrtnje i nailaska rotorskih lopatica u odnosu na nepomičnu točku staora). Zbog nepovoljnog napadnog kuta u slijedećem kanalu dolazi do pojave otcjepljenja, prekida i nastanka zone natražnog strujanja, a u kanalu koji je dosada bio u prekidu uspostavlja se regularno strujanje. Tako se ćelija prekida strujanja premješta od jedne do druge lopatice u smjeru suprotnom smjeru rotacije rotora, što se u apsolutnom koordinatnom sustavu manifestira kao rotacija u smjeru vrtnje ali sa nižom kutnom brzinom.

Rotirajući prekid strujanja, putujući uzduž lopatičnih rešetki aksijalnog kompresora, ciklički opterećuje i rasterećuje lopatice dovodeći ih do jakih rezonantnih vibracija. Skokovit pad prirasta tlaka (slika 2.4) i stupnja djelovanja aksijalnog kompresora plinske turbine ili mlaznog motora može dovesti do pregrijavanja komora izgaranja a rotirajući prekid strujanja može prerasti u pojavu pumpanja. Pumpanje pak dovodi do mehaničkog preopterećenja kompresorskih lopatica a može također dovesti do gašenja



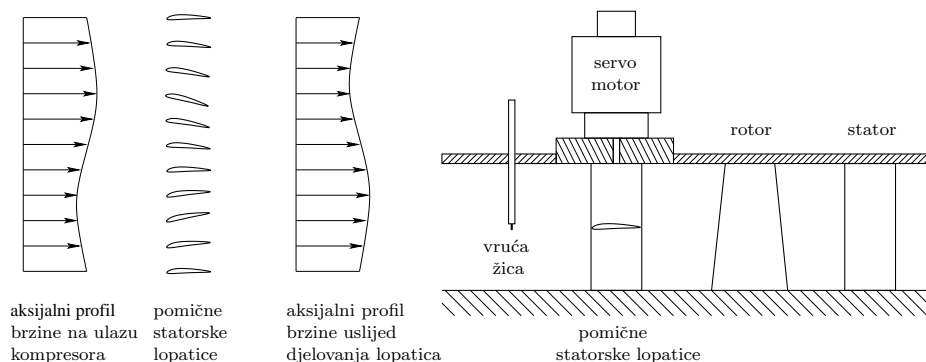


**Slika 2.5** – Propagacija ćelije rotirajućeg prekida strujanja u a) aksijalnoj [2] i b) radijalnoj rešetki

plamena u komorama izgaranja te prekida rada stroja. U nekim slučajevima formira se stabilni rotirajući prekid strujanja iz kojeg stroj ne može izaći na drugi način osim zaustavljanjem te njegovim ponovnim pokretanjem.

Pri pojavi rotirajućeg prekida strujanja ne dolazi do veće oscilacije globalnog protoka u sustavu, riječ je prije svega o lokalnoj redistribuciji protoka unutar stroja. Kod pojave pumpanja dolazi do izrazitih globalnih oscilacija masenog protoka u cijelom sustavu. Pumpanje se javlja kod još nižih protoka nego rotirajući prekid strujanja, a za njegovu pojavu karakterističan je pozitivan nagib radne karakteristike turbostroja.

Obje pojave (rotirajući prekid strujanja i pumpanje) smatraju se razvijenim oblicima prirodnih oscilacija kompresorskih sustava. Oscilacije započinju otklonima malih amplituda koje brzo prerastaju u oscilacije velikih amplituda, te je stabilnost kompresora ekvivalentna stabilnosti oscilacija tlaka (i brzine) niskih amplituda koji se javljaju neposredno prije nastanka prekida strujanja i pumpanja. Nastanak oscilacija većih amplituda moguće je spriječiti aktivnim prigušivanjem malih poremećaja toka u ranoj fazi [31]. Aktivnom regulacijom djeluje se izravno na male poremećaje, s vrlo malim utjecajem na globalne parametre protoka i prirasta tlaka.

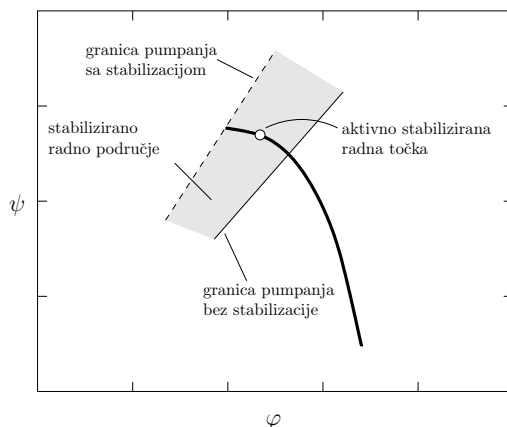


**Slika 2.6** – Aktivno suzbijanje poremećaja meridionalnog profila aksijalne brzine uz pomoć pomičnih statorskih lopatica [3]

Sustav aktivne stabilizacije kompresora sastoji se od senzora kojim se detektiraju poremećaji toka unutar kompresorskog sustava, izvršnih elemenata kojima se izvode potrebna djelovanja te odgovarajuće upravljačke funkcije koja upravlja radom izvršnih elemenata. Odabir promatrane veličine kojom se detektiraju poremećaji, te način djelovanja izravno utječe na uspješnost aktivne stabilizacije. Izravnim djelovanjem na strujanje unutar kompresora [32] (primjerice pokretnim statorskim lopaticama ili injektiranjem zraka) postiže se bolji učinak nego vanjskim djelovanjem (npr. prigušivanjem toka ili djelovanjem u plenumu kompresora).

U aksijalnim kompresorima zapaženi su poremećaji aksijalne brzine koji se kreću tangencijalno oko osi kompresora, a koji postupno prerastaju u rotirajući prekid strujanja. Opaženo vremensko trajanje poremećaja prije njihovog prerastanja u rotirajući prekid strujanja kreće se od desetak do stotinu okretaja rotora. Paduano i drugi [3] uspjeli su aktivnim djelovanjem prigušiti pojavu poremećaja te njihovo prerastanje u rotirajući prekid strujanja. Aktivno djelovanje postigli su nezavisnim zakretanjem ulaznih statorskih lopatica kojima su djelovali na promjenu profila aksijalne brzine u kojem je došlo do poremećaja. Aktivnom regulacijom je postignuto 23% sniženje masenog protoka kod kojeg se rotirajući prekid strujanja više ne može izbjeći, odnosno, u tom iznosu je radno područje kompresora prošireno u smjeru nižih protoka.

U kompresorima pojava rotirajućeg prekida strujanja obično prethodi pojavi pumpanja. Aktivnom stabilizacijom moguće je proširiti radno područje i odgoditi pojavu pumpanja kod aksijalnih i radijalnih kompresora, te pojavu rotirajućeg prekida strujanja kod aksijalnog kompresora. Osim relativno složene regulacije



**Slika 2.7** – Proširenje radnog područja kompresora s aktivnom stabilizacijom radne karakteristike

pomičnim lopaticama, ispituju se i druge mogućnosti aktivnog djelovanja [32, 33]. Jedna od ispitivanih mogućnosti jeste regulirano injektiranje komprimiranog zraka (iz viših stupnjeva kompresora) u prstenasti prostor uzvodno od prvog kompresorskog stupnja [34]. Injektiranje komprimiranog zraka provodi se nizom mlaznica smještenim po obodu u kojima se količina injektiranog zraka regulira lokalno ventilima. Dodatnom količinom zraka djeluje se na male poremećaje brzine strujanja koji prethode pojavi rotirajućeg prekida strujanja. Tendencija u razvoju ovog načina supresije poremećaja je smanjenje dodatnog masenog toka [35] te djelovanje isključivo na profil brzine.

Kod centrifugalnih turbostrojeva javljaju se jednaki oblici nestabilnosti kao kod aksijalnih ali sa većim brojem podoblika. Veliki broj podoblika te složeno trodimenzionalno strujanje razlog je slabijeg razumijevanja ovih pojava kod centrifugalnih strojeva. Danas još ne postoji općenitija metoda kojom bi se pojava rotirajućeg prekida strujanja kod centrifugalnih strojeva mogla predvidjeti. Stoga se granice stabilnog rada centrifugalnih strojeva mogu odrediti samo fizikalnim ili numeričkim eksperimentom.

## 2.5. Pregled dosadašnjih istraživanja

Istraživanje [36] nestacionarnih strujnih pojava u rotorskim kanalima centrifugalne pumpe izvedeno je eksperimentalnom tehnikom vizualizacije strujanja pomoću vodikovih

mjhurića (eng. *Hydrogen Bubble Technique*). Utjecaj ove metode na strujanje je neznatan a mjehurići su dovoljno stabilni da omoguće promatranje nestacionarnih pojava. Promatranje i snimanje pojave odvija se u sustavu referencije rotora (kamera je kinematički vezana za rotor). Istraživanje je provedeno na dva rotora s unatrag povijenim lopaticama od kojih je jedan otvoren (eng. *unshrouded*) a drugi zatvoren (eng. *shrouded*). Ustanovljeno je da kod određenog protoka nižeg od nominalnog, u promatranom strujnom kanalu dolazi do cikličke pulzacije toka, pri čemu se brzina relativnog strujanja u kanalu postupno smanjuje te na kraju postaje negativna u kraćem vremenskom periodu. Tijekom trajanja natražnog strujanja rotorski kanal djeluje kao turbina. Daljnjim smanjivanjem protoka kontinuirano se povećava frekvencija i amplituda nestacionarnog strujanja u strujnom kanalu. Uzrok pojave natražnog strujanja jednak je kod oba rotora: Sa smanjenjem protoka povećava se napadni kut struje na ulaznom bridu lopatice te nepovoljni pozitivni gradijent tlaka u smjeru strujanja. Posljedično dolazi do odvajanja graničnog sloja na lopaticama. Nakon odvajanja fluid se kratkotrajno giba u natražnom smjeru nakon čega se uspostavlja regularno strujanje do slijedećeg ciklusa. Strujanje u kanalu ciklički pulsira. Kod zatvorenog rotora dolazi do zadebljanja graničnog sloja na *potlačnoj* strani lopatice. Granični sloj se odvaja te započinje natražno strujanje uz potlačnu stranu lopatice. Natražno strujanje blokira izlaz iz lopatičnog kanala, fluid natražno ubrzava prema ulazu u kanal te se izlijeva u prostor ispred rotorskih lopatica. U režimu natražnog strujanja dolazi do zadebljanja i odvajanja graničnog sloja na *pretlačnoj* strani lopatice. Natražni tok uslijed separacije na pretlačnoj strani ima smjer rotacije jednak smjeru relativnog vrtloga. Na taj način relativni vrtlog ponovno uspostavlja regularno strujanje u rotorskom kanalu.

Mehanizam nastanka prekida strujanja u otvorenom rotoru je drugačiji: odvajanje strujanja nastaje na pretlačnoj strani lopatice. Relativni vrtlog u ovom slučaju potiče i održava natražno strujanje u kanalu. Strujanje u kanalu se može opet normalizirati i ciklus ponoviti ako, zbog rotacije, na ulazu u rotorski kanal nastanu povoljniji uvjeti nastrujavanja. U odnosu na zatvoreni rotor do pojave odvajanja dolazi kasnije (sa smanjivanjem protoka kroz pumpu) a frekvencija cikličke pojave je niža. Pojava natražnog strujanja kod otvorenog rotora je pak iznenadnija i agresivnija.

Razlika u pojavi pulzacije protoka u rotorskom kanalu između otvorenog i zatvorenog rotora nastaje zbog različitog uzorka sekundarnog strujanja u presjeku kanala. Fluid prestrujava s tlačne na potlačnu stranu kroz procjep između vrha lopatice i pokrova

tvoreći vrtložnu plohu (eng. *tip vortex sheet*) na potlačnoj strani. Vrtlog transferira fluid iz okoline prema jezgri, energizirajući granični sloj na potlačnoj strani lopatice. Istovremeno, zbog efekta “brisanja” lopatice oduzima se energija graničnom sloju na potlačnoj strani. Ovi učinci ovise o snazi vršnog vrtloga odnosno o razmaku između vrha lopatice i pokrova.

Chen i drugi [37] istraživali su natražni tok koji se formira od izlaza rotorskih kanala prema ulazu neposredno prije nastanka pojave rotirajućeg prekida strujanja. Eksperimentirajući na centrifugalnom kompresoru ustanovili su da se taj natražni tok sastoji od stabilnih vrtloga (eng. *vortex filament*) spiralnog oblika. Vrtlozi formiraju Taylorove vrtložne parove ali s nejednakom vrtložnom jakosti unutar para. Njihova vrtložnost prenosi se na prerotacijski vrtlog ispred ulaza u rotor.

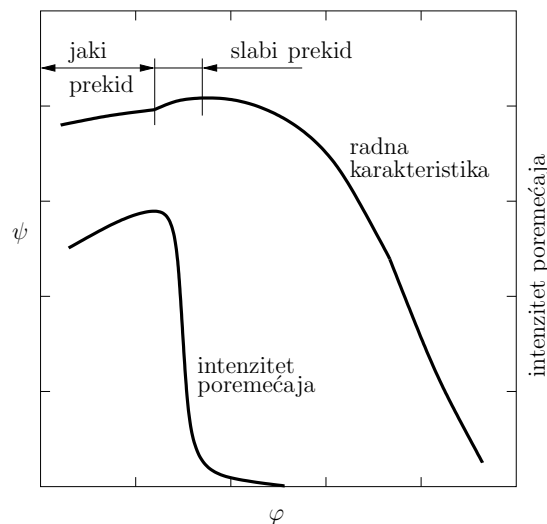
Haupt i drugi [38] istraživali su mehanizam međudjelovanja strujanja i vibracija rotorskih lopatica u radu centrifugalnog kompresora visokih radnih parametara. Istraživanje se odvijalo u dijelu radne karakteristike kompresora s protocima na nivou 60% nominalnog protoka i nižim, kod kojih se pojavljuju nestacionarno strujanje i značajne vibracije rotorskih lopatica, no kod kojih se još ne uočavaju nestacionarne i periodičke pojave poput rotirajućeg prekida strujanja. U istraživanju su korištene eksperimentalne metode poput vizualizacije uljnih strujnica na površinama, mjerenje vibracija lopatica, kuta nastrujavanja na ulazu u rotorsku rešetku, te vremenski promjenjivog tlaka na različitim lokacijama unutar kompresora. Nestacionarno polje tlaka kao i vibracije lopatica pokazivali su širokopojasni karakter. Mjerenjem kuta nastrujavanja i vizualizacijom strujanja uočena je pojava snažnog natražnog strujanja na potlačnoj strani vrha lopatice u zoni pokrova lopatica. Ovo natražno strujanje započinje nizvodno od rotorskog izlaza i proteže se do lokacije koja se nalazi uzvodno od ulaza u rotor. Kompresor je ispitivan u konfiguraciji s bezlopatičnim difuzorom te s difuzorom sa zakrivljenim lopaticama. U oba slučaja zabilježeni su slični rezultati.

U povezanom eksperimentalnom istraživanju [39] provedeno je ispitivanje samouzbudnih oscilacija toka u centrifugalnom kompresoru visokih radnih parametara s difuzorom ravnih lopatica. Brzi senzori tlaka ugrađeni su u pokrovnu stijenk u senzori naprezanja smješteni su na rotorskim lopaticama. Njihova funkcija je otkrivanje oscilacija te njihovih obilježja u prostoru i vremenu. Vizualizacija strujanja metodom uljnih strujnica na pokrovnoj stijenci otkriva razmjer i doseg natražnog strujanja u nestacionarnim režimima rada kompresora. U širem području protoka koje prethodi pojavi pumpanja uočeni su višestruki rotirajući uzorci neuniformnog strujanja. Broj

ćelija varira između 2 i 4, ovisno o protoku. Duljina zone natražnog strujanja u korelaciji je s frekvencijom rotacije ćelija neuniformnog polja tlaka. Kraća zona natražnog strujanja dublje uvučena u rotorski kanal, doseže napadni brid *splitter* lopatica, javlja se usporedo sa visokim frekvencijama rotirajućeg poremećaja. Niska frekvencija rotacije poremećaja korelira sa pojavom duže zone natražnog strujanja koja doseže ulaz u rotor, odnosno napadni brid dugih lopatica. Poremećaje visoke i niske frekvencije ujedno karakterizira i različit broj rotirajućih ćelija. Rezultati su uspoređeni sa prethodnim istraživanjem u kojem je korišten isti kompresor ali s difuzorom sa zakrivljenim lopaticama. U oba slučaja vizualizacija strujnica pokazuje postojanje natražnog toka u zoni pokrovne stijenke. Uočena je značajna sličnost između prostornog rasporeda nestacionarnog polja tlaka i frekvencija oscilacija. Radni režimi u kojima se javljaju intenzivne oscilaciju su međutim drugačiji, kao i rezerva stabilnosti prije pojave pumpanja.

Chen [4] istražuje pojave rotirajućeg prekida strujanja i predvrtloga na velikom centrifugalnom ventilatoru opremljenim regulacijskim pretkolom s zakretnim lopaticama te pronalazi da se rotirajući prekid strujanja ponaša nestalno i intermitentno, odnosno drugačije nego kod aksijalnih strojeva. Diskontinuitet u radnoj karakteristici centrifugalnih ventilatora (slika 2.8) ne znači nužno pojavu rotirajućeg prekida strujanja. Prerotacija nametnuta regulacijskim pretkolom djeluje povoljno na odgodu pojave rotirajućeg prekida strujanja prilikom smanjivanja protoka. Frekvencija pulzacija ulaznog predvrtloga pokazuje čvrst linearan odnos sa protokom, čak i kada se upotrebljava regulacijsko pretkolo. Ovo svojstvo može pomoći u razlikovanju rotirajućeg prekida strujanja i usisnog predvrtloga.

Detaljno mjerenje predvrtloga u usisnoj cijevi centrifugalne pumpe proveo je Murakami [40, 41, 42]. Ustanovio je da je strujanje u usisnoj cijevi bez vrtloga i gotovo uniformno kada se protok smanjuje od projektnog, sve do jedne točke kada dolazi do iznenadne pojave predvrtloga. Daljnjim smanjivanjem protoka, količina fluida u natražnom toku kao i njegova aksijalna i tangencijalna brzina progresivno rastu. Sa smanjenjem protoka predvrtlog prodire sve dalje u usisnu cijev, te sve dublje od periferije prema jezgri strujanja u centru cijevi. Profil brzine podsjeća na profil prisilnog vrloga, osim u području stijenke cijevi. Profili aksijalne i tangencijalna brzine su također slični i oblik im se ne mijenja sa udaljavanjem od rotora iako se brzine smanjuju. Značajna količina energije izmijenjene u rotoru prenosi se natražnim strujanjem u uzvodni tok pri čemu se uglavnom disipira. Primijećena je također pojava slabog protuvrtloga (rotacije



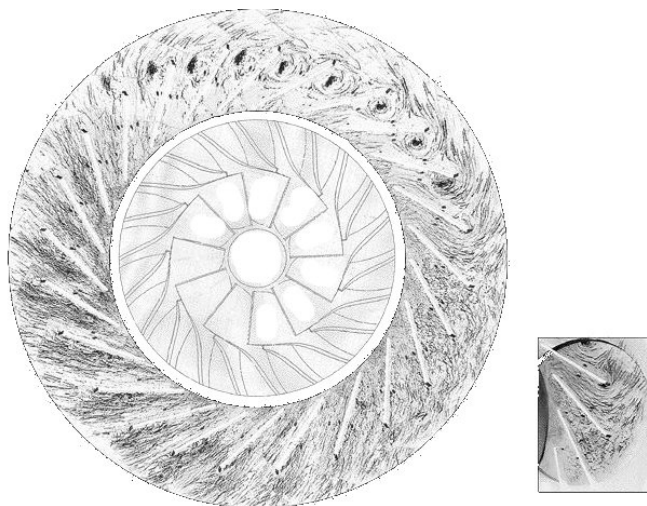
**Slika 2.8** – Pojava rotirajućeg prekida strujanja na radnoj karakteristici centrifugalnog ventilatora [4]

u smjeru suprotnom od smjera rotacije radnog kola) u odsutnosti natražnog strujanja kod projektnog protoka. Autor navodi da je to primijećeno i u drugim istraživanjima ali ne daje objašnjenje za pojavu.

Franjić [43] ispituje utjecaj ulazne geometrije radnog kola na formiranje predvrtloga. Ustanovio je da ulazni kut lopatice te broj lopatica rotora ima značajan utjecaj na jakost predvrtloga.

Predin [44] pronalazi da predvrtlog mijenja smjer vrtnje kod 75% projektnog protoka (kod kojeg je ujedno najveći ostvareni prirast tlaka u stroju) te da naglo raste sa povećanjem protoka, tako da pri maksimalnom protoku kutna brzina predvrtloga doseže čak 45% kutne brzine rotora (u suprotnom smjeru). Ova pojava do danas nije objašnjena.

Engeda [30] je vizualizirao strujanje u rotoru centrifugalnog kompresora koristeći vodu i mjehuriće zraka. Uvidio je da na početku natražnog toka iz svakog rotorskog kanala izbija pojedinačni mali vrtlog u uzvodni tok poput mlaza. Kod daljnjeg smanjivanja protoka, ti pojedinačni vrtlozi prodiru u usisnu cijev te se isprepliću u jedan vrtlog poput pletenice. Ova “pletenica” je nestabilna i pulsira u aksijalnom smjeru. Smanjenjem protoka, “pletenica” postaje duža, amplituda oscilacija se povećava a frekvencija smanjuje. Na kontaktu normalnog i povratnog toka uočava se visok

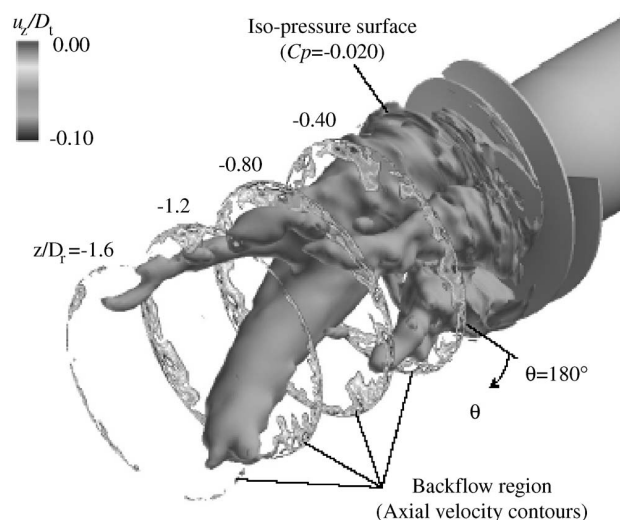


**Slika 2.9** – Vizualizacija strujanja u difuzoru radijalnog kompresora prikazuje premještanje ćelije rotirajućeg prekida strujanja u gornjoj trećini. Montirana sekvenca više snimaka je preuzeta i adaptirana iz literature [5].

intenzitet turbulencije sa miješanjem. Nadalje, opazio je formiranje rotirajućeg prekida strujanja sa zastojskim ćelijama koje uz daljnje smanjenje protoka počinju pulsirati uzduž lopatica. Kada se protok još smanji, dolazi do pojave natražnog strujanja. To upućuje na vezu između rotacijskog prekida strujanja i povratnog toka, ali autor priznaje da vizualno promatranje ne daje dovoljno informacija o egzaktnom slijedu događaja koji dovodi do povratnog toka.

Gyarmathy [5] istražuje nestacionarne pojave na “vodenom” modelu pune veličine jednostupanjskog radijalnog kompresora s lopatičnim difuzorom. Korištenjem vode umjesto zraka kao radnog medija u modelu postiže se  $15 \div 50$ -struko usporavanje dinamike strujanja uz zadržavanje jednakih dimenzija, čime je znatno olakšana eksperimentalna vizualizacija strujanja. Nestacionarnim mjerenjem tlaka na različitim lokacijama pokazano je da model s vodom reproducira sve bitne karakteristike rotirajućeg prekida strujanja zabilježenog na “zračnom” modelu. Vizualizacija strujanja provedena je uvođenjem finih mjehurića zraka u vodeni tok koji su osvijetljavani stroboskopom i snimani u jednakim vremenskim razmacima. Zabilježen je jednoćelijski rotirajući prekid strujanja koji se proteže od usisne cijevi, u kojoj se formira precesijski vrtlog, do izlaza iz difuzorske rešetke. Poremećaj rotira oko

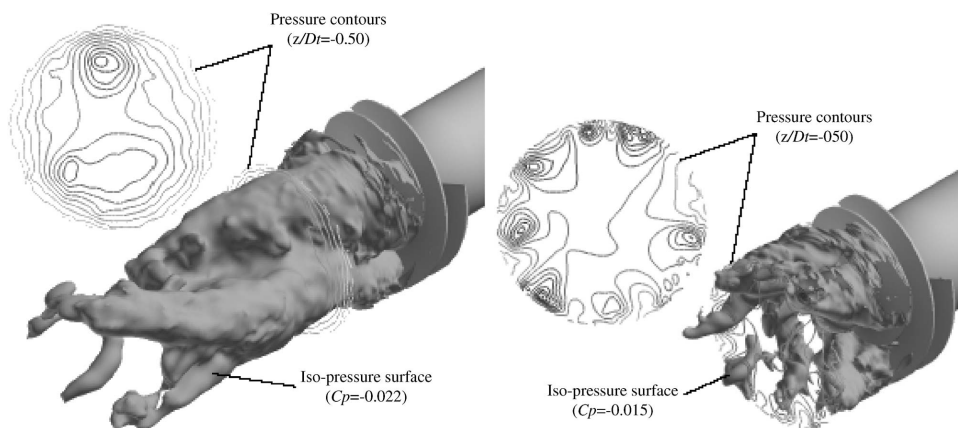




**Slika 2.10** – Vizualizacija LES simulacije predvrtloga ispred kavitacijskog pretkola uz pomoć izopovršina statičkog tlaka te kontura aksijalne brzine, pri koeficijentu protoka  $\varphi = 0.06$ . Prikazana je realizacija strujanja u jednom vremenskom trenutku. Slika je preuzeta iz literature [6].

osi kompresora brzinom od 27% kutne brzine impelera. Odnos brzine propagacije poremećaja i kutne brzine rotora je gotovo neovisan o brzini vrtnje i protočnoj količini, i jednak kod ispitivanja vodom i zrakom. Vizualizacija strujanja u difuzoru prikazana je na slici 2.9. Tok pojave je slijedeći: natražni tok javlja u početku u jednome do 2 difuzorska kanala pri čemu se na stražnjim bridovima lopatica formiraju separacijski vrtlozi. Separacijski vrtlozi potpuno blokiraju protok kroz slijedećih približno 6 kanala. U naredna dva kanala strujanje se normalizira a separacijski vrtlozi bivaju odnešeni prema spiralnom kućištu. Unatoč pojavi otirajućeg prekida strujanja, zabilježene su niske amplitude fluktuacija tlaka na ulazu u rotor te izlazu lopatičnog difuzora. Snažne oscilacije tlaka zabilježene su samo u prstenastom prostoru između rotora i difuzorskih lopatica. Autor je teorijskim razmatranjem izveo relaciju između kutne brzine propagacije rotirajućeg prekida strujanja te odnosa inercijskih masa radnog medija u rotoru i statoru stroja. Teorijska i stvarna vrijednost kutne brzine podudaraju se s odstupanjem od 5%.

Pedersen [45] pronalazi prethodno nepoznatu pojavu koja se sastoji od naizmjenično slobodnih i blokiranih rotorskih kanala, koja se, za razliku od rotirajućeg prekida

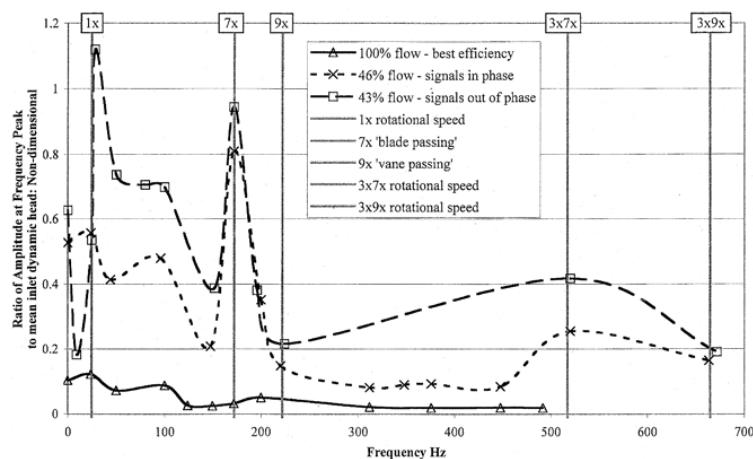


**Slika 2.11** – Predvrtlog kod nižeg ( $\varphi = 0.05$ ) i većeg ( $\varphi = 0.07$ ) protoka. Prikaz je preuzet iz literature [6].

strujanja, ne pomiče u odnosu na rotor. Blokirani kanali zatvoreni su recirkulacijskom zonom na svojem ulazu, a u ostaku kanala dominira jaki relativni vrtlog. U povezanom istraživanju, Byskov [46] provodi numeričku simulaciju istog radnog kola i ustanovljava izvrsno slaganje izračunatih rezultata sa mjerenjem na fizikalnom modelu kada se koristi LES metoda modeliranja turbulencije. S druge strane, upotrebom klasičnijeg k-epsilon modela turbulencije rezultati se ne podudaraju niti kvalitativno, jer k-epsilon uopće ne detektira pojavu zastoja u rotorskim kanalima.

Yamanishi [6] istražuje pojavu predvrtloga ispred kavitacijskog pretkola služeći se metodom računalne mehanike fluida. Također zaključuje da metode simulacije turbulencije bazirane na LES metodi daju puno bolje rezultate od RANS metoda kada se računaju nestacionarne pojave koje uključuju jaku separaciju strujanja. Proračun je validiran sa eksperimentalnim rezultatima i dobiveno je izvrsno slaganje u dometu zone obuhvaćene predvrtlogom te prirastu statičkog tlaka. Potvrđuje zapažanja o ispreplitanju pojedinačnih vrtloga koji se spajaju u veliki predvrtlog [30]. Autor navodi da je to prema njegovom saznanju, prvi uspješan numerički proračun predvrtloga koji se slaže sa izmjerenim rezultatima te pruža nova saznanja o složenoj trodimenzionalnoj strukturi predvrtloga.

Ekperimentalne metode korištene su u istraživanju [47] mehanizama separacije strujanja u pumpama. Utvrđeno je da separacija strujanja s mogućnošću pojave rotirajućeg prekida strujanja u lopatičnom difuzoru pri nominalnom režimu rada nastaje



**Slika 2.12** – Spektralna analiza nestacionarnog signala tlaka u usisnoj cijevi pri tri različita protoka. Slika je preuzeta iz literature [7].

uglavnom kao posljedica prevelikog kuta ekspanzije difuzora. Strujne prilike na ulazu u rotor stroja identificirane su kao izvor pojave separacije strujanja kod djelomičnog protoka koja može biti stacionarnog i nestacionarnog karaktera. Separacija toka na ulazu u rotor na strani lopatičnog pokrova povezana je s nastankom predvrtloga u usisnoj cijevi. Istovremeno s pojavom predvrtloga, uslijed centrifugalne sile javlja se i porast statičkog tlaka na ulazu u rotor, koji predstavlja dinamičku barijeru oslabljenom dolaznom toku. Kod većih protoka, tok posjeduje veću kinetičku energiju koja je dostatna za nadilaženje dinamičke barijere i održavanja zdravog toka u usisnoj cijevi. Teorijskim razmatranjem ustanovljen je izraz za kritični protok kod kojega dolazi do iznenadne pojave predvrtloga. Kritični protok ovisan je o promjeru usisne cijevi, a teorijski ustanovljena vrijednost dobro se slaže s eksperimentalnom. Veći promjer usisne cijevi dovodi do niže brzine toka u usisnoj cijevi te ranije pojave predvrtloga (kod većeg protoka). Autor predlaže dovođenje male količine fluida s tlačne strane stroja na ulaz kojim bi se energizirao ulazni tok i odgodila pojava predvrtloga. Ova metoda već je ranije istraživana [48].

Članak [7] predstavlja izvještaj o provedenom eksperimentalnom istraživanju strujnih pojava u centrifugalnoj pumpi kod sniženih protoka. Korištene su metode mjerenja brzine laserskom Dopplerovom anemometrijom (LDA) te rotorupnom sondom, te mjerenje vremenske promjene statičkog tlaka na površinama rotorskih lopatica,

na ulazu u impeler pumpe, te u usisnoj cijevi. Pojava recirkulacije u rotorskim kanalima zabilježena je pri protoku iznosa 49% nominalnog protoka. Recirkulacijska zona priljubljena je uz rotorski pokrov a proteže se cijelim rasponom rotorskog kanala između dvije susjedne lopatice. Pojava je gotovo stacionarna u referentnom sustavu rotora. Kod nižih protoka strujanje postaje nestacionarno i trodimenzionalno. Kod 43% nominalnog protoka na ulazu u rotor javlja se rotirajući poremećaj tlaka amplitude veće od srednjeg dinamičkog tlaka ulazne brzine. Frekvencija poremećaja je 30% veća od brzine vrtnje, a signal sadržava i treći harmonik frekvencije prolaska rotorskih lopatica s visokom amplitudom. Autor zaključuje da se radi o pojavi rotirajućeg prekida strujanja s tri ćelije koje rotiraju brzinom od 43% brzine vrtnje rotora. Rotirajući prekid strujanja mjeren je sve do 20% nominalnog protoka, kod kojeg je zabilježena prerotacija u usisnoj cijevi. Prerotacijski vrtlog prostire se uzvodno u duljini jednog polumjera impelera. Na protocima većim od 46% nominalnog protoka nisu uočeni tragovi postojanja predvrtloga ili rotirajućeg prekida strujanja.

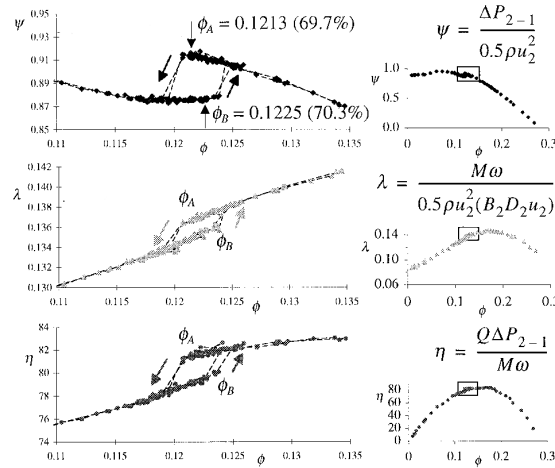
Eksperimentalno istraživanje [49] strujnih nestabilnosti u rotoru centrifugalne pumpe te s njima povezanim procesima nastanka buke rezultiralo je pronalaskom pojave rotirajuće nestabilnosti strujnog polja u središnjem rasponu protoka (u okolini projektnog protoka). Istraživanje je izvedeno mjerenjem nestacionarne brzine strujanja metodom vruće žice (eng. *hot-wire anemometry*) te mjerenjem nestacionarnog statičkog tlaka na površini rotorskih lopatica. Rotor pumpe bio je pri mjerenju smješten izvan spiralnog kućišta pumpe, odnosno u otvorenom prostoru, kako bi se eliminirao utjecaj međudjelovanja rotorskih lopatica i jezičca spirale kućišta (statora) pumpe. Ustanovljeno je da nestabilan vrtlog koji se formira u međulopatičnom kanalu uslijed relativne rotacije destabilizira strujanje u samom kanalu, kao i strujanje na izlazu susjednog kanala. Nestabilno strujanje u kanalu uzrokuje periodičke fluktuacije tlaka na površini lopatica. Nestacionarno strujanje u susjednim međulopatičnim kanalima je koherentno te čini rotirajuću pojavu uzduž vanjskog oboda rotora. Nestabilnost se manifestira bogatim harmonijskim spektrom te posjeduje dobro definiranu kutnu brzinu. Rotirajuća nestabilnost na izlazu iz rotorskih kanala površno nalikuje rotirajućem prekidu strujanja, ali se od njega razlikuje u nekoliko bitnih obilježja. Prije svega, uočena nestabilnost javlja se u okolini optimalnog protoka, dok je rotirajući prekid strujanja pojava karakteristična za niske protoke. Nadalje, broj ćelija (azimutalnih modova) rotirajućeg prekida strujanja kreće se u rasponu  $1 \div 4$ , dakle niži od broja lopatica, dok je broj azimutalnih modova uočene pojave veći od broja lopatica rotora

pumpe, a najsnažniji modovi leže u području brojeva  $7 \div 18$ . Azimutalni modovi sinhronizirani s brojem lopatica predstavljaju osobito učinkovit mehanizam nastanka buke.

Pavesi [50] je poduzeo eksperimentalno i numeričko istraživanje nestacionarnih strujnih pojava u centrifugalnoj pumpi s ciljem analiziranja utjecaja bezlopatičnog statora na polje strujanja na izlazu iz rotora. Eksperimentalni model bio je opremljen mjernim osjetnicima tlaka na ulazu u rotor i ulazu u difuzor pumpe kako bi se omogućilo mjerenje nestacionarnog polja tlaka. Eksperimentalni rezultati pokazali su da se u pumpi javljaju rotirajući tlačni poremećaji sa dobro istaknutim frekvencijama. Komparacijom signala mjerenih na različitim obodnim lokacijama kućišta potvrđeno je da poremećaji tlaka rotiraju unutar stroja. Nestacionarni poremećaji tlaka javljaju se kod projektnih i podprojektnih protoka, a promjenom protoka dolazi do promjene modova i amplituda poremećaja, dok je azimutalna distribucija poremećaja pokazala značajnu neuniformnost. Analitičkim modelom transporta količine gibanja primarnih i sekundarnih tokova nije bilo moguće objasniti intenzitet poremećaja. Provedeno je numeričko istraživanje nestacionarnog trodimenzionalnog strujanja u stupnju pumpe. Turbulencija je tretirana  $k-\omega$  modelom kao i RSM modelom baziranom na  $\omega$  jednačbi. Utjecaj prestrujavanja na vrhovima lopatica uzet je u obzir modeliranjem zračnosti između vrhova lopatica i kućišta. I mjerenja i numeričke simulacije potvrdili su postojanje nestacionarnih periodičkih fluktuacija na izlazu iz rotora. Nestacionarne fluktuacije u susjednim međulopatičnim kanalima koherentne su te posjeduju bogat harmonijski sadržaj.

U eksperimentalnom istraživanju strujnih nestabilnosti unutar centrifugalne pumpe [51] mjerene su dinamičke fluktuacije tlaka pomoću osjetnika smještenih u razini površine stijenke smještenih u blizini ulaza i izlaza rotora. Mjerenje fluktuacija obavljano je pri različitim brzinama vrtnje, u projektnim i vanprojektnim režimima rada te na različitim kutnim i radijalnim lokacijama. Signali tlaka analizirani su u frekvenzijskoj i vremensko-frekvenzijskoj domeni. Rezultati su pokazali postojanje asimetrične rotirajuće tlačne pojave strujnog porijekla na izlazu rotora, koja propagira u radijalnom i tangencijalnom smjeru.

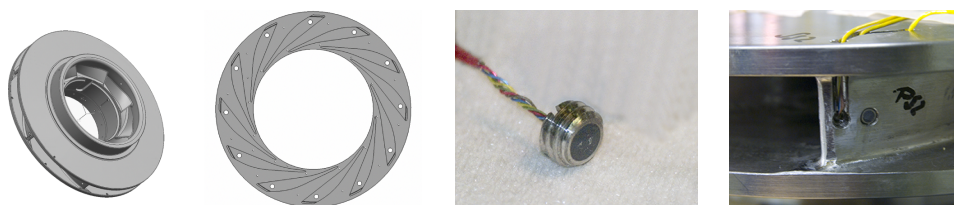
Kaupert i Staubli eksperimentalno su istraživali nestacionarno polje tlaka [52] u rotoru brzododne centrifugalne pumpe smještenog u kućište s dvostrukom spiralom. U jednom međulopatičnom kanalu rotora smjestili su niz piezoelektričnih osjetnika tlaka koji su bili telemetrijski očitavani u rotirajućem sustavu referenije rotora. Ispitivan



**Slika 2.13** – Pojava diskontinuiteta i petlje histereze na radnim karakteristikama brzohodne centrifugalne pumpe. Slika je preuzeta iz [8].

je utjecaj promjenjivog volumenskog protoka na intenzitet fluktuacija tlaka te faznu razliku između pojedinih osjetnika. Fluktuacije su bile to izraženije što je protok više odstupao od projektnog protoka kod kojeg je stupanj djelovanja najveći. Intenzitet fluktuacija povećavao se u blizini izlaznog brida lopatice, te je dosežao 35% prirasta tlaka pumpe. Polje tlaka u stacionarnom referentnom sustavu spiralnog kućišta bilo je stacionarno, ali varijabilnog iznosa uzduž oboda kućišta. Ove promjene osjećaju se u rotirajućem sustavu rotora kao nestacionarne fluktuacije tlaka sinhronizirane s frekvencijom prolaska izlaznog brida lopatice pored jezičaca spirale. Jezičac spirale fizički razdvaja dva različita režima strujanja te stvara gradijent tlaka koji dovodi do oscilacija toka u rotorskim kanalima. Obodna varijacija tlaka unutar spiralnog kućišta posljedica je nejednakosti obodne komponente brzine na izlazu iz rotorskog kanala i unutar spiralnog kućišta. Obodne brzine podudarne su samo kod projektnog protoka. Kod nadoptimalnih protoka brzina fluid u spiralnom kućištu raste, a kod podoptimalnih protoka brzina strujanja u kućištu opada, što dovodi do promjene tlaka u smjeru oboda.

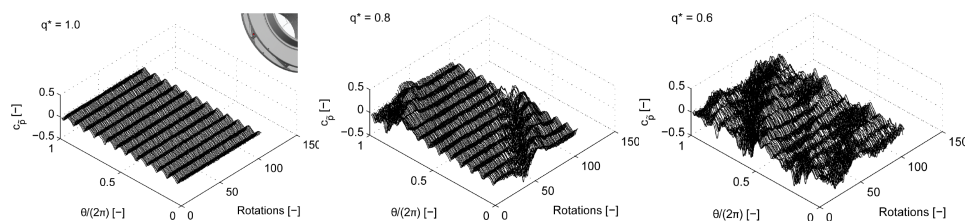
U okviru istog istraživanja vrlo pažljivim i preciznim mjerenjem uočena je pojava histereze u statičkim radnim karakteristikama prirasta tlaka, snage na vratilu, te ukupnog i hidrauličkog stupnja djelovanja [8]. U radnim karakteristikama pojavljuje se diskontinuitet, a točka diskontinuiteta javlja se kod nižeg protoka prilikom smanjivanja protoka a kod većeg protoka prilikom rasta protoka. Pojava diskontinuiteta objašnjava



**Slika 2.14** – Razmještaj osjetnika tlaka u impeleru i difuzoru pumpe te fizički izgled i način montaže osjetnika. Slika je preuzeta iz [9].

se iznenadnom promjenom strujnog režima u rotoru pumpe koja je povezana s pojavom predvrtloga i recirkulacije na ulazu i izlazu iz rotora. Početak i prestanak pojave ulazne recirkulacije podudara se točno s pojavom diskontinuiteta na radnim karakteristikama. Fluktuacije tlaka s dominantnom komponentom na frekvenciji prolaska jezičca spirale pri većim podprojektnim protocima, gube dominantnu frekvenciju te poprimaju stohastička obilježja nakon pojave recirkulacije i predvrtloga. Pojava recirkulacije na ulazu vrlo je snažna i stabilna. Recirkulacija se proteže uz potlačnu stranu pokrova lopatica u kojoj dominiraju stohastičke fluktuacije tlaka do približno pola duljine rotorskog kanala. U drugom dijelu kanala utjecaj stohastičkih fluktuacija u recirkulacijskoj zoni je slabiji. Izlazna recirkulacija pod utjecajem je spiralnog kućišta te je ovisina o ispitivanoj konfiguraciji.

Eksperimentalno istraživanje fluktuacija tlaka u stupnju visokotlačne centrifugalne pumpe proveo je Berten [9] u okviru izrade doktorske disertacije [53]. U ispitivanu pumpu ugrađen je mjerni sustav koji je u stanju zabilježiti dinamičke fluktuacije tlaka u rotirajućem impeleru do brzine vrtnje od  $6000 \text{ min}^{-1}$ . Ukupno 48 osjetnika tlaka montirano je u razini površina stijenki impelera i lopatičnog difuzora (slika 2.14). Osjetnici su razmješteni u području ulaza u impeler, unutar međulopatičnih kanala na površinama glavčine i pokrova, na rotorskim lopaticama u blizini izlaznog brida. Unutar difuzora osjetnici su raspoređeni obodno, na ulazima i izlazima difuzorskih kanala. Zahvaljujući razmještaju osjetnika po obodu strujnih elemenata pumpe, omogućena je vizualizacija oblika fluktuacija i pomicanje tlačnih poremećaja unutar pumpe. Pri nominalnom protoku (slika 2.15) vidljive su varijacije tlaka samo uslijed prolaska izlaznog brida lopatice pored osjetnika smještenih u grlu međulopatičnih kanala difuzora. Kod sniženih protoka javljaju se tlačni poremećaji koji ili miruju, ili se premještaju u smjeru vrtnje rotora brzinom nižom od brzine vrtnje. Broj uzoraka poremećaja kao i njihovo ponašanje i brzina ovise o protoku, ali i o brzini vrtnje.



**Slika 2.15** – Fluktuacije tlaka na unutarnjem obodu difuzora pumpe pri 100%, 80% i 60% nominalnog protoka. Slika je preuzeta iz [9].

Braun je istraživao nestacionarne pojave u centrifugalnim hidrauličkim turbostrojevima [54], korištenjem eksperimentalnih, analitičkih i numeričkih metoda. Ustanovio je da postoji povezanost između protoka te iznenadnih promjena topologije strujanja i naglog porasta viskoznih gubitaka u stroju. Kada protok u stroju padne ispod određenog kritičnog praga, strujanje koje je do tada slijedilo pravilne linije postaje nepravilno i asimetrično, a energija koja se crpi iz glavnog toka disipira se u separiranim vrtložnim strukturama. Usporedba rezultata nestacionarne numeričke simulacije s poljima brzine dobivenih mjerenjem laserskom Dopplerovom anemometrijom pokazala je razumnu kvalitativnu sličnost. Pojava rotirajućeg prekida strujanja u simulacijama javlja se, doduše, kod osjetno većih protoka nego što je ustanovljeno eksperimentima.

Anciger je istraživao mogućnost primjene računalne dinamike fluida u razvoju reverzibilnih centrifugalnih pumpi-turbina, osobito predviđanju stupnja djelovanja i radnih karakteristika te operativnih limita [55]. Područje rada pumpi i turbina visokih radnih karakteristika ograničeno je strujnim nestabilnostima koje se manifestiraju vibracijama i visokim dinamičkim mehaničkim opterećenjima. Standardni pristup korištenju računalne dinamike fluida u industriji temelji se na stacionarnoj RANS metodologiji koja ne omogućava simulaciju dinamičkih pojava. Anciger je simulirao strujanje unutar reverzibilne pumpe-turbine primjenom nestacionarne metodologije. Unatoč većim zahtjevima u odnosu na računalne resurse, nestacionarna simulacija “uhvatila” je razvoj rotirajućeg prekida strujanja u složene trodimenzionalno nestacionarne strujne oblike, dok su kvantitativne integralne veličine poput prirasta tlaka i stupnja djelovanja pokazale izvrsno slaganje s rezultatima modelskog ispitivanja. Nadalje, Anciger je usporedbom s modelskim ispitivanjima pokazao da je računalnom simulacijom, primjenom jednofaznog strujnog modela, moguće predvidjeti početak pojave kavitacije.

Sinha je istraživao strukturu strujanja unutar lopatičnog difuzora centrifugalne



pumpe [56], za vrijeme nastanka i u razvijenoj fazi rotirajućeg prekida strujanja. Istraživanje je provedeno eksperimentalnom tehnikom PIV (eng. *Particle Image Velocimetry*), te mjerenjem dinamičkih fluktuacija tlaka. Ustanovljeno je da, u uvjetima rotirajućeg prekida strujanja, tok u kanalu lopatičnog difuzora neprekidno mijenja smjer strujanja. U jednom trenutku fluid poput mlaza izlazi iz kanala u spiralno kućište a u slijedećem se smjer strujanja mijenja i fluid struji kroz kanal s periferije prema središtu pumpe. Uočena brzina premještanja rotirajućeg prekida strujanja iznosila je oko 6% brzine vrtnje.

Wolfram je istraživao nestacionarno strujanje [57] kao mehanizam nastanka pojave zvuka u rotoru centrifugalnog ventilatora, korištenjem eksperimentalnih i numeričkih metoda. Uočio je pojavu i formiranje nestabilnog predvrtloga na ulazu u impeler, čiji oblik, pozicija i snaga variraju u vremenu. Vrtlog poprima helikoidni oblik, pri čemu jezgra vrtloga polako mijenja položaj u odnosu na središte rotora. Predvrtlog izobličava strujanje na ulazu u lopatične kanale rotora te modulira amplitudu zvuka na frekvenciji prolaska lopatica.

Ramamurthy [58] je eksperimentalnom tehnikom užarene žice (eng. *Hot Wire Anemometry*) na izlazu centrifugalnog rotora ustanovio i karakterizirao pojavu rotirajućeg prekida strujanja. Postupnim snižavanjem protoka od optimalnog dolazi do pojave rotirajućeg prekida strujanja koji se sastoji od jedne ćelije koja se proteže kroz sedam međulopatičnih kanala te se premješta brzinom od jedne četvrtine brzine vrtnje u relativnom sustavu rotora, u smjeru suprotnom rotaciji rotora. Kod nižeg protoka javljaju se dvije ćelije rotirajućeg prekida strujanja razmaknute za kut  $180^\circ$ , odnosno jedna nasuprot drugoj. Ćelije pokrivaju po tri međulopatična kanala a kreću se jednakom brzinom kao i u prethodnom slučaju.

Utjecaj difuzora na nestacionarne performanse (rotirajući prekid strujanja i pojava pumpanja) centrifugalnog kompresora, eksperimentalno je proučavao Engeda [59]. Difuzor je, uz rotor, najvažniji dio centrifugalnog kompresora zbog funkcije pretvorbe kinetičke energije s kojom fluid napušta rotor, u energiju tlaka. Stupanj djelovanja difuzora u izvanprojektnim režimima rada kompresora naglo opada, a što je i uzrok padu ukupnog stupnja djelovanja, jer stupanj djelovanja samog rotora ostaje približno konstantan. Stoga poboljšanje djelovanja difuzora ima veći utjecaj na poboljšanje performansi kompresora nego poboljšanje rotora. U radu su ispitivane dvije konfiguracije bezlopatičnog difuzora, četiri konfiguracije lopatičnog difuzora niskog stupnja prekrivanja (eng. *Low Solidity Vaned Diffuser*), te jedna konfiguracija

konvencionalnog lopatičnog difuzora, uvijek sa istim rotorom. Rotirajući prekid strujanja pronađen je kod obiju konfiguracija bezlopatičnog difuzora. Radi se zapravo o razvijenom obliku rotorskog rotirajućeg prekida strujanja jer je strujanje promijenjeno u rotoru. Posjeduje  $4 \div 5$  ćelija te se pomiče u suprotnom smjeru u odnosu na rotaciju rotora, a relativna brzina mu je konstantna bez obzira na brzinu vrtnje rotora. Rotirajući prekid strujanja nije se pojavio kod niti jedne konfiguracije lopatičnog difuzora.

Daljnje istraživanje bezlopatičnih difuzora [60] pokazalo je postojanje jednog oblika difuzorskog te više oblika rotorskog rotirajućeg prekida strujanja, te otkrilo snažan utjecaj difuzora na strujanje u rotoru kompresora te u područjima uzvodno od rotora. S povećanjem širine difuzora, početak pojave rotirajućeg prekida strujanja spušta se prema nižim protocima. Također, s povećanjem širine difuzora smanjuju se frekvencije rotirajućeg prekida strujanja. Relativna brzina rotacije rotirajućeg prekida strujanja povećava se sa smanjenjem broja ćelija.

Hasmatuchi je ispitivao rotirajući prekid strujanja na modelu sporohodne reverzibilne radijalne pumpe-turbine u turbinskom režimu rada [61] te kod pobjega turbine. Mjerio je tlak na stijenci u statoru, te provodio vizualizaciju strujanja injektiranjem mjehurića zraka. Pri povećavanju brzine vrtnje došlo je do pojave fluktuacija tlaka u prostoru privodnih lopatica i vrtložne komore. Analizom signala tlaka dobivenih na različitim obodnim lokacijama statora ustanovljeno je da se radi o zastoju ćeliji koja kod većih protoka rotira sa oko 70% brzine vrtnje rotora a brzina rotacije se povećava sa smanjenjem protoka. Vizualizacija strujanja pokazuje uniformno strujanje u kanalima privodnog kola u normalnim režimima rada, dok se pri pobjegu turbine polje strujanja izobličava prolaskom zastoje ćelije. Smanjivanjem protoka u uvjetima pobjega dolazi do razvoja separacije strujanja i nastanka vrtloga u kanalima privodnog kola.

Nestacionarnu RANS simulaciju strujanja u turbinskom modu komercijalne centrifugalne pumpe proveo je Morros [62]. Usporedno je izvedeno i eksperimentalno mjerenje u cilju validacije numeričkih rješenja. Nestacionarne pojave u radu, kao i gubitak iskoristivosti i povećanje osjetljivosti na pojavu kavitacije, detektirane u numeričkoj simulaciji, potvrđene su i eksperimentalnim ispitivanjem. Time je pokazana mogućnost numeričke simulacije nestacionarnih strujanja i pouzdanost predviđanja vremenski osrednjenih integralnih veličina pomoću računalne dinamike fluida.

## 3 Eksperimentalni model

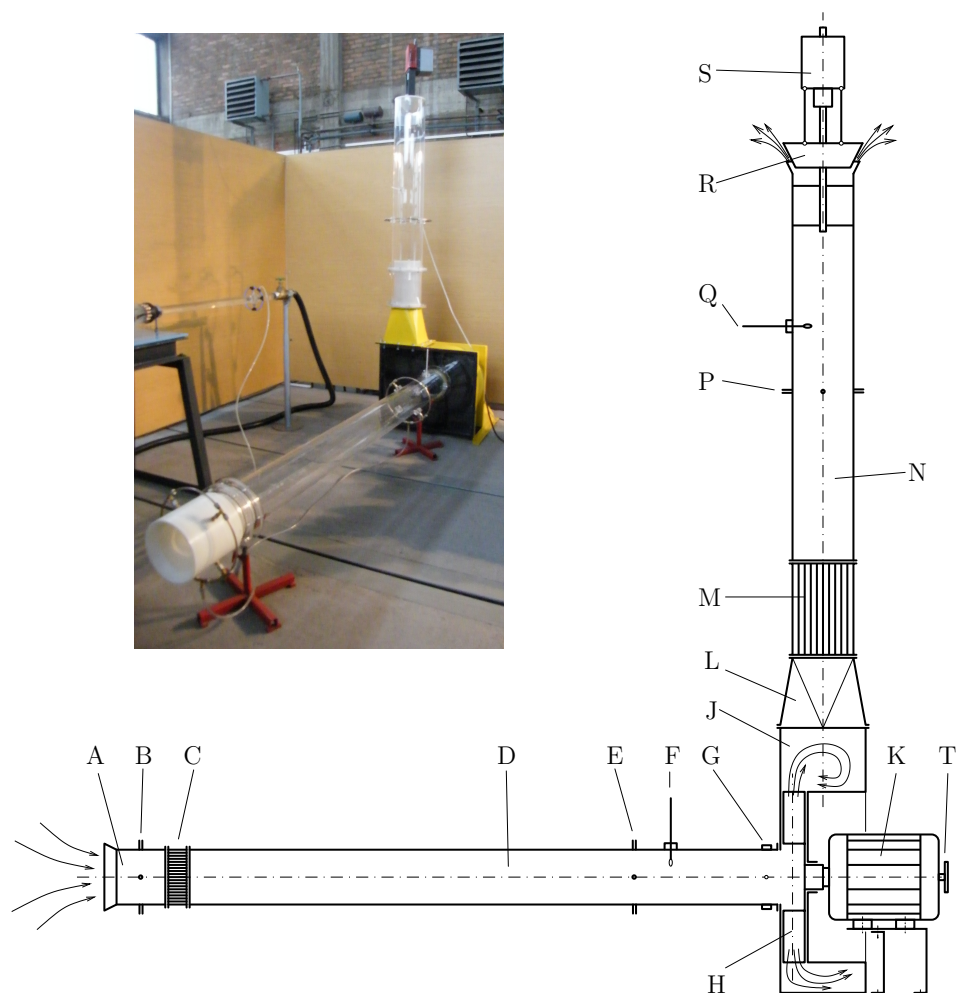
Eksperimentalni uređaj za mjerenje nestacionarnih pojava u radijalnom ventilatoru bazira se na mjernoj liniji za ispitivanje industrijskih ventilatora prema standardu ISO 5801 (odnosno ranijim standardima BS848-1:1997 te DIN 24163). Mjerna linija omogućava proizvoljno namještanje radne točke ventilatora te mjerenje protoka i prirasta tlaka. U ušću usisne cijevi postavljeni su provrti za ugradnju brzih osjetnika tlaka koji omogućuju kontinuirano mjerenje nestacionarnih fluktuacija tlaka na ulazu u radno kolo.

### 3.1. Opis eksperimentalnog uređaja

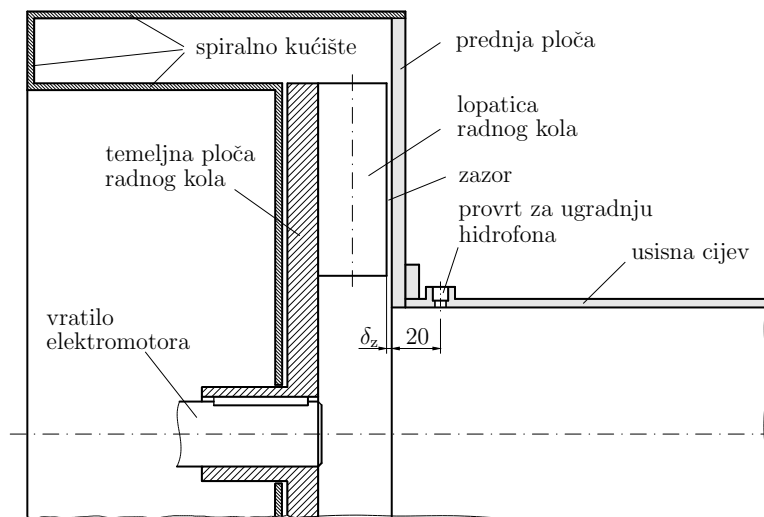
Eksperimentalni uređaj sastoji se od centrifugalnog ventilatora sa spiralnim kućištem pogonjenog trofaznim asinhronim elektromotorom kojemu su pridodani usisna i tlačna cijev sa potrebnom opremom i priključcima za izvođenje ispitivanja i mjerenja (slika 3.1).

Osnovni dio ventilatora, radno kolo, ugrađeno je izravno na vratilo pogonskog elektromotora te osigurano klinastim spojem (slika 3.2). Radno kolo je korišteno u prethodnom istraživanju [43] a prikazano je na slici A.1. Radno kolo nije aerodinamički optimizirano poput radnih kola uobičajenih industrijskih ventilatora jer mu je namjena bila isključivo eksperimentalna. Radno kolo smješteno je u spiralno kućište (slika 3.3) jednostavne geometrije kakvo se često susreće u praksi.

Spiralno kućište izrađeno je od čeličnih limova tehnikom zavarivanja, osim prednje ploče koja je izrađena od prozirnog bezbojnog pleksistakla (slika 3.3). Radno kolo ventilatora je otvorenog tipa te prednja ploča kućišta služi i kao pokrov rotorskih lopatica. Prednja ploča se savija pod utjecajem potlaka koji vlada u središtu radnog kola prilikom rada eksperimentalnog ventilatora, uslijed niske krutosti materijala i velike



**Slika 3.1** – Shema eksperimentalnog uređaja s najvažnijim dijelovima: A - mjerna usisna sapnica; B - priključci za mjerenje tlaka u usisnoj mjernoj sapnici; C - ulazni smirivač toka ("strainer"); D - usisna cijev; E - priključci za mjerenje ulaznog statičkog tlaka; F - termometar ulazne temperature; G - mjesta za ugradnju hidroфона; H - rotor; J - spiralno kućište (voluta); L - prijelazni komad s četvrtastog na okrugli presjek; M - izlazni smirivač toka; N - tlačna cijev; R - priključci za mjerenje izlaznog statičkog tlaka; Q - termometar izlazne temperature; R - konični ventil za regulaciju protoka; S - pogonski elektromotor ventila za regulaciju protoka



**Slika 3.2** – Detalj konstrukcije eksperimentalnog ventilatora

površine. Zbog opasnosti od kontakta između lopatica radnog kola i prednje ploče, prilikom ugradnje ostavljen je između radnog kola i prednje ploče zazor koji u mirovanju iznosi više od 3 mm (slika 3.4), odnosno približno 8% širine lopatica (40 mm). Uslijed savijanja prednje ploče, ovaj zazor može biti i veći i manji kada je ventilator u pogonu, zavisno o režimu rada.

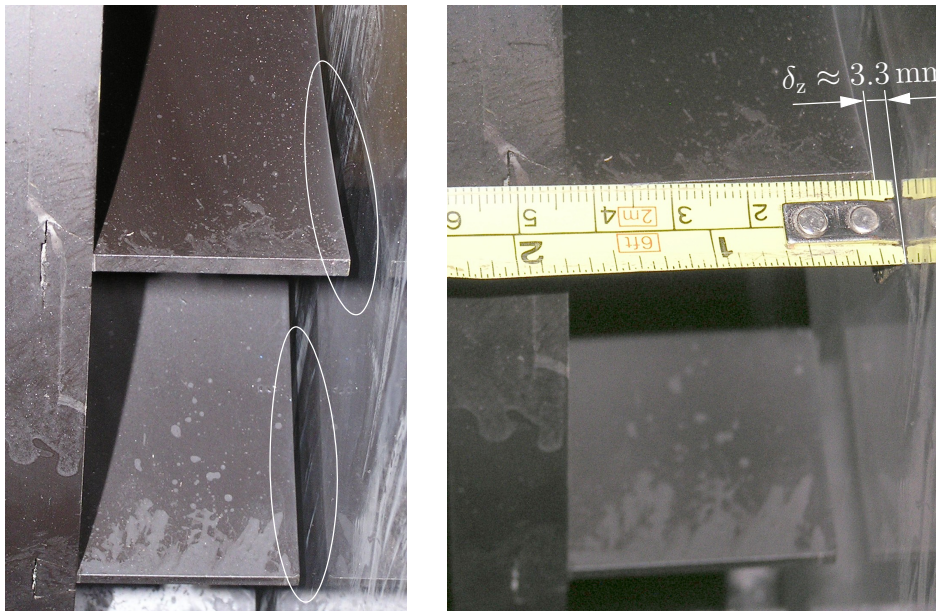
Zrak ulazi u ventilator kroz usisnu cijev izrađenu od pleksistakla. Na samom početku usisne cijevi nalazi se mjerna usisna sapnica standardiziranog oblika namijenjena kontinuiranom mjerenju protoka (slika 3.5). Na propisanim pozicijama mjerne sapnice nalaze se provrti za mjerenje tlaka. Provrti su povezani kolektorom kojemu je svrha osrednjavanje tlaka koji dolazi sa četiri provrta po obodu mjerne sekcije.

Iza sapnice smješten je ulazni smirivač toka. Funkcija mu je poništiti moguću vrtložnost te nesimetriju profila brzine koji ulazi u ventilator. Nakon smirivača toka dolazi dugačka ravna sekcija propisane duljine koja služi izobražavanju profila brzine prije mjerenja ulaznog tlaka i temperature fluida koji ulazi u ventilator. Neposredno pred završetkom usisne cijevi nalaze se provrti za ugradnju brzih osjetnika tlaka kojima se snimaju fluktuacije tlaka na ulazu u rotor ventilatora (slike 3.9 i 3.11).

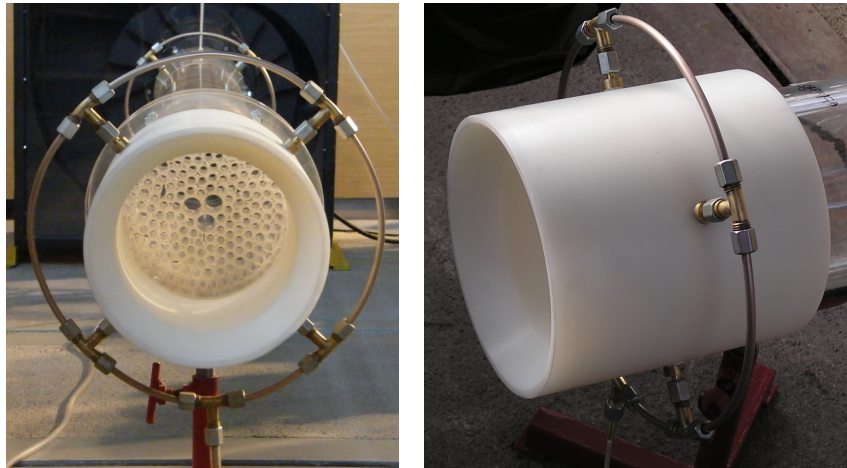
Po izlasku iz kućišta ventilatora, zrak prolazi kroz prijelazni dio u kojemu se presjek kanala mijenja iz četvrtastog u kružni, te ulazi u izlazni smirivač toka. Izlazni smirivač toka ima zadatak poništenja vrtložne komponente i jakih turbulentnih fluktuacija fluida



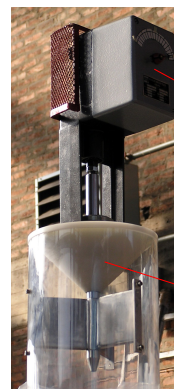
**Slika 3.3** – Lijevo: kućište eksperimentalnog ventilatora u izradi. Desno: detalj radnog kola smještenog u kućište ispod prozirne prednje ploče



**Slika 3.4** – Zazor između vrhova lopatica radnog kola i prednje ploče kućišta



**Slika 3.5** – Mjerna usisna sapnica s kolektorom za mjerenje tlaka. U pozadini se vidi sačasta konstrukcija ulaznog smirivača toka

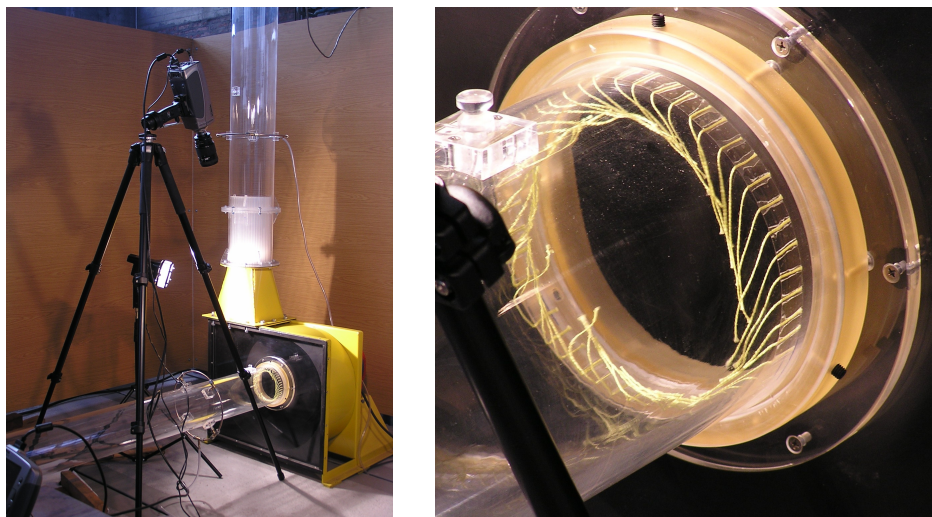


motor za  
pomicanje  
ventila

stožasti  
regulacijski  
ventil

**Slika 3.6** – Lijevo: mjerenje izlazne temperature. Desno: motorizirani regulacijski ventil za upravljanje protokom





**Slika 3.7** – Eksperimentalna vizualizacija strujanja u ušću usisne cijevi pomoću vunениh niti

koji izlazi iz ventilatora te ga pripremiti za mjerenje izlaznog tlaka i temperature.

Na izlazu mjerne linije nalazi se regulacijski ventil kojim se namješta željena radna točka ventilatora. Pogon ventila je motoriziran (slika 3.6).

Brzina vrtnje ventilatora može se namještati promjenom frekvencije pogonske struje koja se dovodi elektromotoru. Frekventni pretvarač omogućuje kontinuiranu promjenu izlazne frekvencije u rasponu 10-99 Hz.

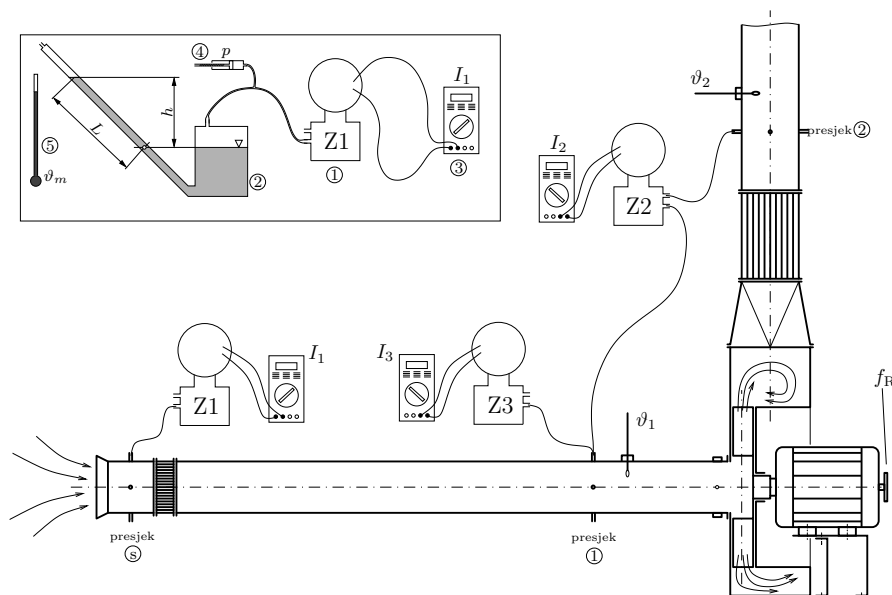
### 3.2. Vizualizacija strujanja pomoću vunениh niti

Vrlo jednostavna vizualizacija strujanja kojom se dobiva kvalitativan uvid u pojavu nestacionarnog natražnog toka i predvrtloga na ulazu realizirana je lijepljenjem kratkih vunениh niti po obodu izlaza usisne cijevi. Niti se gibaju nošene strujanjem zraka, a gibanje se registrira snimanjem brzom videokamerom (slika 3.7).

### 3.3. Mjerenje protoka, prirasta tlaka i snage

Laboratorijski eksperimentalni uređaj omogućuje mjerenje  $Q-\Delta p_{\text{tot}}$  radne karakteristike (volumenskog protoka i prirasta zaustavnog tlaka) ventilatora prema starijem standardu





**Slika 3.8** – Shema mjerenja protoka i prirasta tlaka. U okviru: shema umjeravanja diferencijalnih osjetnika tlaka uz pomoć alkoholnog mikromanometra

BS 848 - Part 1 iz 1980. g. odnosno prema novijem standardu ISO 5801.

Za određivanje radnih karakteristika potrebno je mjeriti volumenski protok zraka, tlak i temperaturu ispred ulaska u radno kolo, te tlak i temperaturu nakon izlaska iz radnog kola, te broj okretaja. Mjerenje se izvodi definiranjem desetak po protoku ekvidistantnih radnih točaka. U svakoj radnoj točki obavlja se višestruko očitavanje mjernih instrumenata u trajanju od najmanje 10 s zbog fluktuacija mjerenih vrijednosti.

Mjerenje volumenskog protoka zraka ostvaruje se pomoću konične usisne sapnice (slika 3.5). Jeftina je u izradi a po točnosti ne zaostaje za Venturi sapnicom. Ugrađena u mjernu liniju omogućava kontinuirano mjerenje i namještanje željene radne točke. Princip mjerenja protoka sapnicom jednak je kao kod Venturi cijevi, dakle mjerenje je posredno putem mjerenja statičkog tlaka u grlu sapnice.

Tlakovi u mjernim presjecima te u sapnici mjere se pomoću diferencijalnih osjetnika DP 150 (slika 3.8), s izlaznim signalom od 4-20 mA. Očitanje izlazne struje na vrši se digitalnim univerzalnim instrumentima za mjerenje električnih veličina.

Jedan od priključaka diferencijalnog manometra “Z1” povezan je s grlom mjerne usisne sapnice a drugi je otvoren prema atmosferi. Negativni prirast statičkog tlaka

(potlak) u grlu mjerne usisne sapnice u funkcionalnoj je vezi sa srednjom brzinom zraka u mjernom presjeku, iz koje se može odrediti protok:

$$\dot{m} = \alpha \epsilon \frac{d_s^2 \pi}{4} \rho_0 \sqrt{\frac{2 \Delta p_{Z1}}{\rho_0}} \quad (3.1)$$

Diferencijalni manometar “Z3” mjeri statički potlak u presjeku “1” dok manometar “Z3” mjeri prirast (razliku) statičkih tlakova između presjeka “2” i “1”. Apsolutni statički tlakovi u presjecima iznose:

$$p_1 = p_b - \Delta p_{Z3} \quad (3.2)$$

$$p_2 = p_1 + \Delta p_{Z2} = p_b + \Delta p_{Z2} - \Delta p_{Z3} \quad (3.3)$$

Prirast zaustavnog tlaka u ventilatoru jednak je zbroju prirasta statičkog i dinamičkog tlaka između presjeka “1” i “2”, odnosno razlici zaustavnih tlakova u spomenutim presjecima:

$$\Delta p_{\text{tot}} = \left( p_2 + \rho_2 \frac{v_2^2}{2} \right) - \left( p_1 + \rho_1 \frac{v_1^2}{2} \right) \quad (3.4)$$

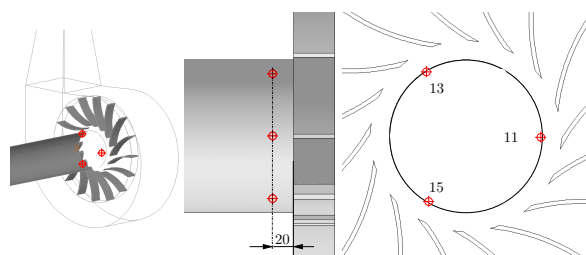
Izraze li se brzine u mjernim presjecima pomoću masenog protoka iz jednadžbe kontinuiteta  $\dot{m} = \rho v (d^2 \pi) / 4$ , prirast zaustavnog tlaka poprima oblik:

$$\Delta p_{\text{tot}} = \Delta p_{Z2} + 8 \dot{m}^2 \left( \frac{1}{\rho_2 (d_2^2 \pi)^2} - \frac{1}{\rho_1 (d_1^2 \pi)^2} \right) \quad (3.5)$$

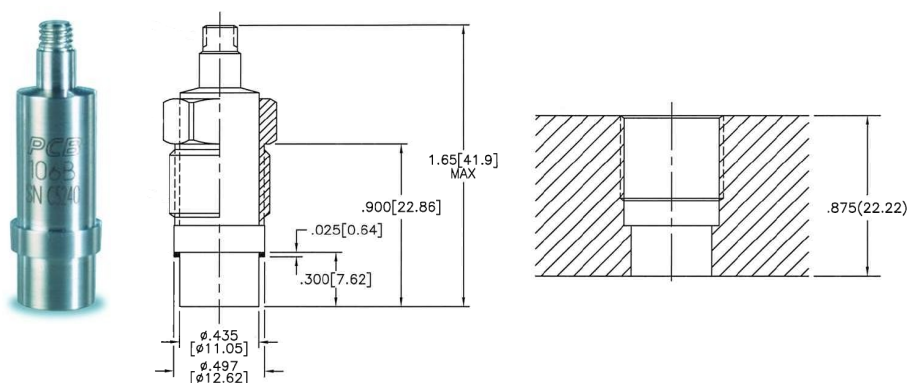
Mjerenje temperature obavlja se pomoću uobičajenih živinih termometara s mjernim rasponom 0-50 °C (slika 3.6). Gustoće u presjecima “1” i “2” u principu je potrebno računati prema stvarnim tlakovima i temperaturama u dotičnim presjecima. U stvarnosti, nesigurnosti mjerenja temperatura, tlakova i protoka nadmašuju računsku pogrešku koja se čini ako se u proračunu koristi jedinstvena konstantna gustoća  $\rho_0$  koja proizilazi iz tlaka, temperature i vlažnosti okolišnjeg zraka.

Broj okretaja mjeri se uz pomoć tahometra s izravnim očitanjem broja okretaja na displeju instrumenta.

Prije samog postupka mjerenja, potrebno je provjeriti rad diferencijalnih osjetnika tlaka. Osjetnici se vežu paralelno s tekućinskim mikromanometrom (slika 3.8). U sustavu se postupno povećava tlak pri čemu se istovremeno bilježe očitavanja osjetnika tlaka i visine stupca kapljevine u mikromanometru. Tlak se povećava do maksimuma



**Slika 3.9** – Pozicije točaka “11”, “13 i ”15“ u kojima se snimaju fluktuacije tlaka na eksperimentalnom ventilatoru



**Slika 3.10** – Brzi osjetnik tlaka PCB 106B, fotografija i crtež (s maticom za ugradnju). Oblik provrta za ugradnju osjetnika tlaka. Metričke mjere u zagradama

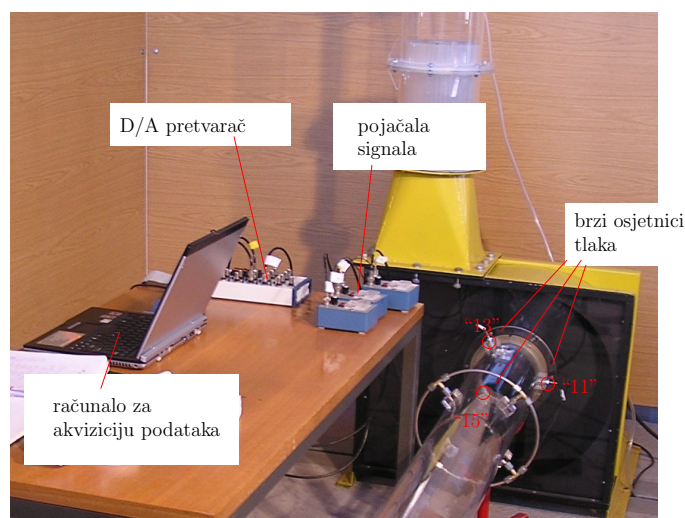
mjernog područja a zatim se postupak ponavlja spuštanjem tlaka u sustavu do atmosferskog. Otklon na tekućinskom manometru se preračunava u tlak, a izmjerene vrijednosti se dovode u funkcijsku vezu s strujnim očitanjem diferencijalnih osjetnika.

### 3.4. Mjerenje fluktuacija tlaka

Na kraju usisne cijevi eksperimentalnog ventilatora, u tri točke simetrično razmaknute po obodu (slika 3.9), izrađeni su otvori za ugradnju brzih osjetnika tlaka (hidrofona) PCB 106B (slika 3.10). Specifikacije osjetnika dane su u tablici 3.1. Naponski signal osjetnika se pojačava te pohranjuje u digitalnom obliku putem A/D pretvarača (slika 3.11). Prije mjerenja potrebno je mjerne osjetnike kalibrirati. Kalibracija se provodi pomoću tlačnog kalibratora Brüel Kjaer 4223.

Mjerni raspon (za izlaz $\pm 2.5$ V)	57.2 kPa
Osjetljivost ( $\pm 15\%$ )	43.5 mV/kPa
Maksimalni tlak	13 790 kPa
Rezolucija	0.00069 kPa
Rezonantna frekvencija	$\geq 60$ kHz
Nelinearnost	$\leq 1\%$ punog raspona
Osjetljivost na akceleraciju	$\leq 0.0014$ kPa/(m/s <sup>2</sup> )
Raspon radne temperature	-54 do +121 °C

**Tablica 3.1** – Izvod iz proizvođačkih specifikacija osjetnika tlaka PCB 106B



**Slika 3.11** – Snimanje fluktuacija tlaka u ušću usisne cijevi.

Signali se uzorkuju frekvencijom 5 kHz jer se u signalu ne očekuju frekvencije veće od 1 kHz. Uz pomoć kalibracijskih konstanti, digitalizirani naponski signali pretvaraju se u signal tlaka koji je moguće podvrgnuti daljnjoj statističkoj i frekvencijskoj analizi na računalu.

Istovremeno sa snimanjem fluktuacija tlaka, prati se protok pomoću mjerne usisne sapnice i mjernog osjetnika DP 150 kao i kod mjerenja radnih karakteristika (slika 3.8).

## 4 | Numerička simulacija turbulentnog strujanja

*“I had less difficulty in the discovery of the motion of heavenly bodies in spite of their astonishing distances, than in the investigation of the movement of flowing water before our very eyes.”*

Galileo Galilei, 1564-1642 [63]

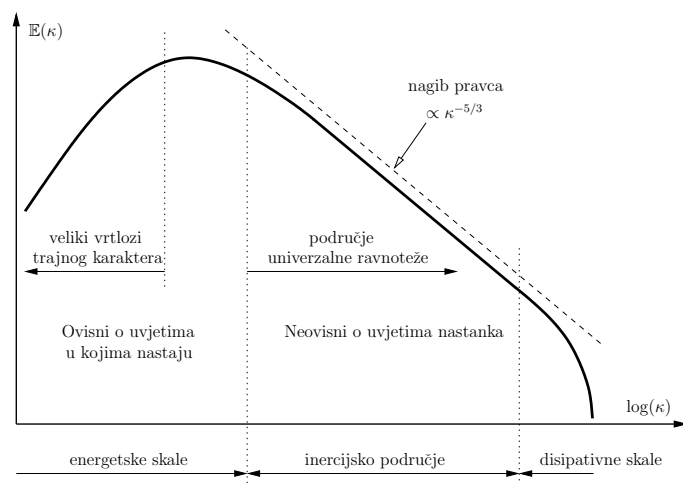
U okviru ovog istraživanja provedene su ekstenzivne numeričke simulacije strujanja u centrifugalnom ventilatoru. Ispitivano je nekoliko različitih rotorskih konfiguracija koje se razlikuju po geometriji lopatica. Nestacionarne simulacije strujanja omogućavaju izradu animirane vizualizacije strujanja.

Simulacije su izvođene korištenjem komercijalnog softverskog paketa ANSYS Fluent v12.0. Fluent je CFD (eng. *Computational Fluid Mechanics*) program opće namjene, baziran na metodi konačnih volumena. Turbulencija je tretirana SST  $k-\omega$  modelom turbulencije u DES formulaciji.

### 4.1. Turbulentno strujanje

Numerička simulacija strujanja može nadopunjavati ili čak zamijeniti eksperimentalne metode u inženjerskim problemima. Strujanje u turbostrojevima, pa tako i u centrifugalnom ventilatoru, nestacionarno je i turbulentno, a turbulencija je najvažniji izvor nesigurnosti među faktorima koji utječu na pouzdanost i točnost numeričke simulacije.

Turbulentno strujanje karakterizira polje brzine koje je kaotično i nepravilno u vremenu i u prostoru. Prirodne poremećaje i nestabilnosti koje se javljaju kod svih oblika strujanja prigušuju viskozne sile. Kada inercijalne i masene sile postanu dovoljno

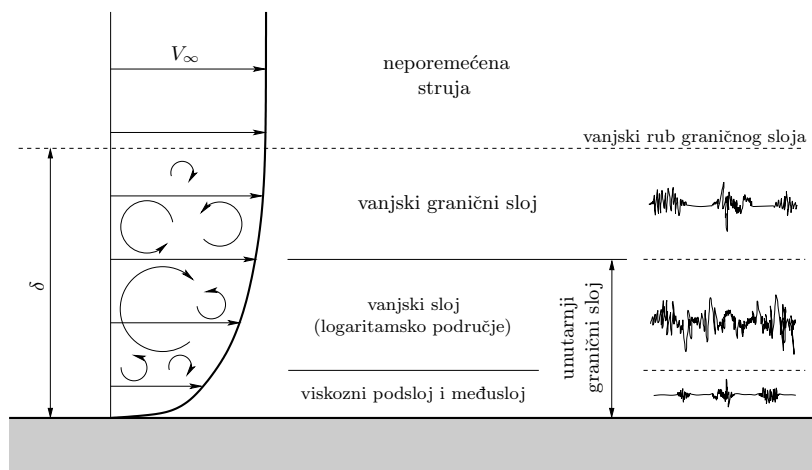


**Slika 4.1** – Shematski prikaz energetskog spektra izotropne trodimenzionalne turbulencije (adaptirano prema [10])

velike u odnosu na lokalne viskozne sile, one pojačavaju slučajne poremećaje koji rastu te postaju nestabilni. Poremećaji postupno aglomeriraju u kaotično, trodimenzionalno slučajno gibanje, odnosno turbulenciju. Turbulencija predstavlja stanje u kojem se sva svojstva fluida kontinuirano kolebaju na nepravilan, kaotičan, neponavljajući i nepredvidljivi način [15]. Turbulencija i pojava prijelaza iz laminarnog strujanja u turbulentno predstavljaju najteže probleme u mehanici fluida.

Turbulencija se sastoji od vrtložnih struktura u širokom rasponu prostornih i vremenskih skala. Vrtlozima manjih karakterističnih dimenzija (valnih brojeva) odgovaraju karakteristične vremenske skale kraćeg trajanja odnosno većih frekvencija. Najveći dio kinetičke energije turbulentnog gibanja sadržan je u vrtložnim strukturama velikih prostornih skala, koje odgovaraju redu veličine geometrije strujanja. Ta energija se, inercijskim i esencijalno neviskozim mehanizmom, postupno prenosi ("kaskadira") s većih na sve manje i manje vrtložne strukture, tvoreći turbulentni spektar. Smanjenjem dimenzija struktura vrtložnog gibanja molekularna difuzija postaje sve značajnija, a energetska kaskada se zaustavlja konačnom viskoznom disipacijom mehaničke energije u toplinsku. Idealizirani spektar turbulentne energije (slika 4.1) sastoji se od tri istaknuta područja:

- Područje energetskih skala najvećih prostornih dimenzija, sastoji se od vrtloga trajnog karaktera te od vrtložnih gibanja koja unose turbulentnu energiju u sustav.

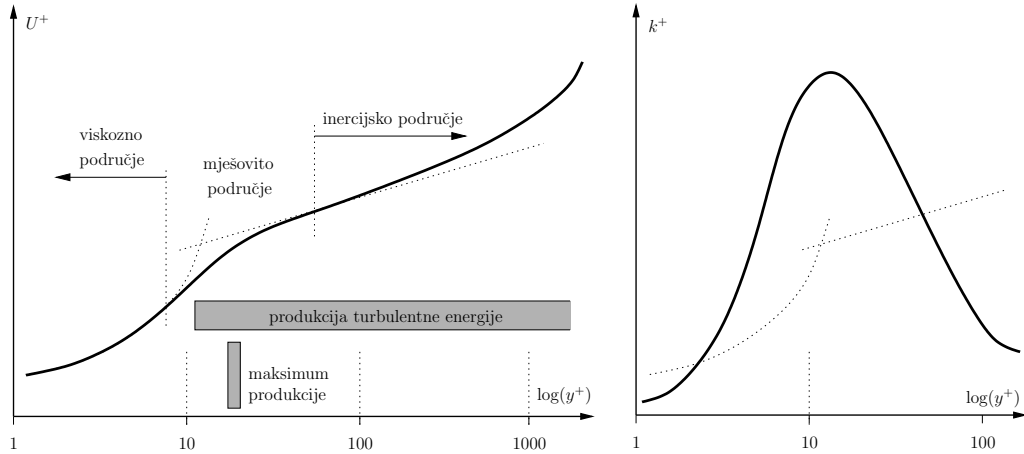


Slika 4.2 – Struktura graničnog sloja

Najveće turbulentne skale nastaju pod utjecajem geometrijskih obilježja domene strujanja te zbog toga imaju izrazitu orijentiranost, anizotropiju i nehomogenost. Energetske skale imaju dominantnu ulogu u transportu tvari i energije.

- Inercijsko područje (eng. *Inertial subrange*). Vrtlozi u ovom području turbulentnih skala imaju univerzalni karakter te su neovisni od geometrije strujanja. Kod njih je još uvijek dominantan utjecaj inercijskih sila, dok je utjecaj viskoznosti zanemariv. Sadrže i dispiraju vrlo malo turbulentne energije, a imaju glavnu ulogu u transferu energije od energetskih prema disipativnim skalama. Ovo područje se neće formirati ukoliko se turbulentna energija unosi u sustav u turbulentnim skalama koje su bliske disipativnom području.
- Područje najsitnijih, disipativnih vrtloga na kraju turbulentnog spektra. Viskozne sile koje imaju dominantnu ulogu u ovom području, brzo dispiraju turbulentne fluktuacije. Disipativno i inercijsko područje čine područje univerzalne ravnoteže u kojemu je turbulencija potpuno razvijena i neovisna o uvjetima nastanka i geometriji strujanja.

Intermitencija je obilježje turbulencije da se može pojavljivati intermitentno u vremenu na pojedinoj lokaciji ili se pojavljivati samo u dijelovima strujne domene, naizmjenično s neturbulentnim strujanjem.

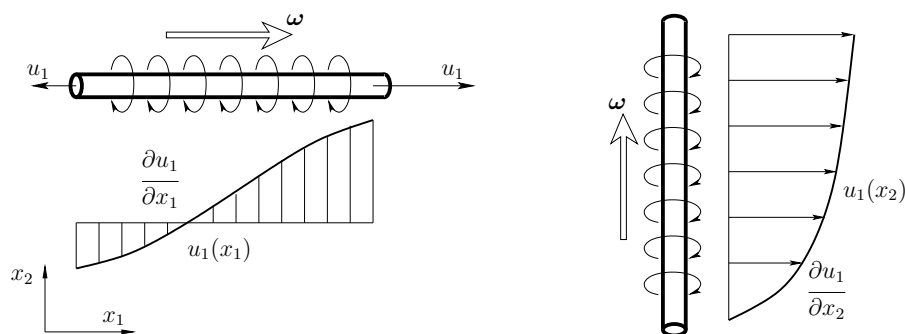


**Slika 4.3** – Područje turbulentne produkcije u graničnom sloju (adaptirano prema [10]).  
 Profil turbulentne kinetičke energije u graničnom sloju (prema [11])

Turbulentne fluktuacije brzo deformiraju, distordiraju te dovode u kontakt elemente fluida koji sadrže različite koncentracije fizikalnih svojstava (različitu brzinu, temperaturu, koncentraciju tvari i sl.). Gradijenti svojstava i kontaktne površine između elemenata se povećavaju sve dok se svojstva ne izjednače mehanizmom molekularne difuzije. Na taj način turbulencija pospješuje miješanje i transport količine gibanja, temperature i koncentracije tvari. Intenzivirana razmjena količine gibanja doprinosi povećanju koeficijenta trenja između fluida i čvrste stijenke. S druge strane, intenzivirana injekcija količine gibanja iz jezgre toka dovodi do kasnijeg otcijepljenja turbulentnog graničnog sloja pri opstrujavanju “debelih” tijela (eng. *bluff bodies*, tijela kod kojih je otpor oblika dominantan u odnosu na otpor trenja), npr. aerodinamskih profila pri velikom napadnom kutu, automobila, cilindara) što dovodi do smanjenja otpora oblika.

Turbulencija je obilježena visokom koncentracijom vrtložnosti (rotacijom elemenata fluida,  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ ). Turbulentne interakcije sastoje se od rastezanja, zakretanja osi, savijanja, raspada, sparivanja i međusobnog stapanja pojedinačnih vrtloga. Rastezanje vrtloga (eng. *vortex stretching*) implicira smanjenje njihovih dimenzija u smjeru okomitom na smjer rastezanja (stanjivanje). Istovremeno dolazi do povećanja komponente vrtložnosti u smjeru rastezanja zbog konzervacije momenta količine gibanja (eng. *angular momentum*). Radijalne dimenzije se smanjuju što dovodi do prekida i





**Slika 4.4** – Rastezanje i zakretanje vrtloga djelovanjem gradijenta brzine odnosno tenzora brzine deformacije

raspada većih vrtloga u strukture nižih skala. Rastezanje i zakretanje osi vrtloga su glavni mehanizmi turbulentne energetske kaskade.

U transportnoj jednadžbi vrtložnosti (2.11):

$$\frac{D\omega_i}{Dt} \equiv \frac{\partial \omega_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} = \omega_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

nelinearni član s desne strane

$$\omega_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \omega_j S_{ij} \quad (4.1)$$

predstavlja jačanje i zakretanje vektora vrtložnosti uz pomoć tenzora brzine deformacije odnosno tenzora gradijenta brzine, odnosno spomenuto rastezanje i zakretanje osi vrtloga. Dijagonalni članovi izraza  $\omega_j S_{ij}$  predstavljaju rastezanje vrtloga te povećanje lokalne vrtložnosti, dok izvandijagonalni članovi predstavljaju zakretanje osi vrtloga odnosno lokalnog vektora vrtložnosti.

Rastezanje i zakretanje osi vrtloga jesu fizikalni fenomeni koji egzistiraju u trodimenzionalnom prostoru: dvodimenzionalni vrtlozi ne mogu se rastezati niti nagibati. Zbog toga je turbulencija uvijek trodimenzionalna pojava, iako statistički osrednjeno turbulentno strujanje može biti i dvodimenzionalno. Rastezanje i zakretanje osi vrtloga mogu objasniti na koji način interakcija između vrtložnosti i polja brzine (gradijenta brzine, odnosno njegovog simetričnog dijela, tenzora brzine deformacije) generira trodimenzionalnu vrtložnost od inicijalnog jednodimenzionalnog poremećaja. Na taj način nastala vrtložnost ponovno stupa u interakciju s poljem brzine i stvara novu vrtložnost. Polja brzine i vrtložnosti nakon inicijalnog poremećaja vrlo brzo

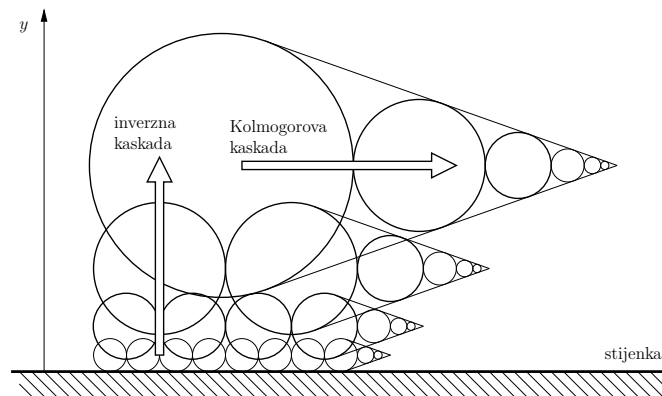
postaju slučajna i kaotična. Turbulencija nastaje i održava se opisanim procesom [64]. Interakcijom između vrtložnosti i polja brzine nastaju u prosjeku sve manji vrtlozi. Vrtlozi najvećih skala koji nastaju djelovanjem glavnog toka posjeduju usmjerenost i strukturu koju im daje glavni tok. Rastezanjem i zakretanjem vrtloga se ta struktura i usmjerenost ne čuvaju, te zbog toga turbulencija na nižim prostornim skalama postaje sve izotropnija.

Pri razmatranju procesa prijelaza kinetičke energije glavnog strujanja u turbulentnu energiju mogu se razlučiti dva generalna slučaja, a oba uključuju intenzivno smicanje u fluidu:

- Strujanja sa smicanjem u prostoru (eng. *free-shear flows*) kao što su, primjerice, miješanje paralelnih slojeva, vrtložni trag iza uronjenog objekta, mlaz fluida te slični tokovi kod kojih se javlja karakteristični infleksijski profil brzine. Male nestabilnosti kod takovih strujanja imaju tendenciju rasta pri čemu nastaju velike vrtložne strukture poput Kelvin-Helmholtzovih ili Kármánovih vrtloga. Ovi vrtlozi nastaju pretežno neviskoznim procesima.

Između energetske i disipativne skale postoji dovoljno veliki spektralni razmak što omogućuje pojavu inercijskog područja turbulentnih skala. Tipičan idelizirani spektar turbulentne energije prikazan je na slici 4.1 (Kolmogorov ili  $-5/3$  spektar, po karakterističnom nagibu krivulje turbulentnog spektra u inercijskom području).

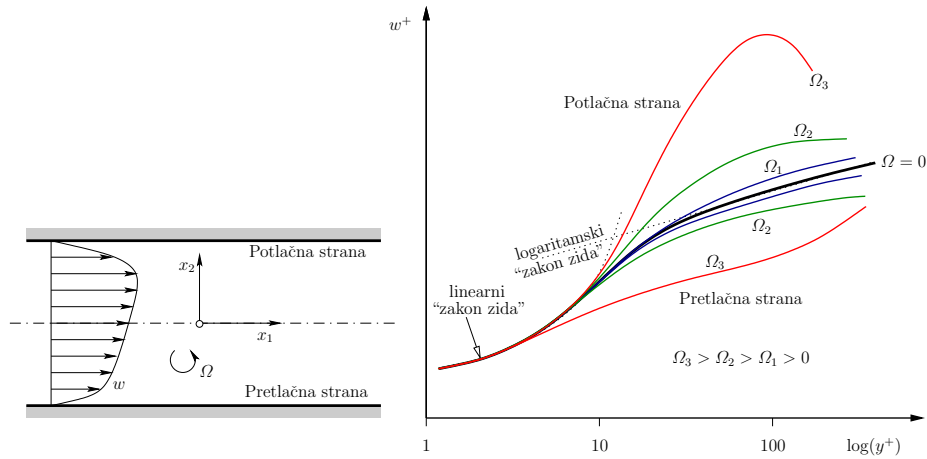
- Strujanja pod utjecajem čvrste stijenke (eng. *wall-bounded flows*), poput strujanja u cijevima ili graničnih slojeva. Čvrsta stijenka usporava gibanje čestica fluida u tangencijalnom smjeru, fizički blokira gibanje u normalnom smjeru te onemogućuje neviskozni mehanizam rasta malih linearnih nestabilnosti. Prvobitne nestabilnosti nastaju pod utjecajem viskoznosti, a one mogu, ali ne moraju inducirati rast neviskoznih sekundarnih nestabilnosti. Čvrsta stijenka također fizički onemogućava rast nestabilnosti, tako da su dimenzije nastalih vrtloga i njihova udaljenost od stijenke istog reda veličine. To znači da su u blizini stijenke disipativni i energetski vrtlozi sličnih dimenzija, te da inercijsko područje spektra ne postoji. Energetski vrtlozi u blizini čvrste stijenke anizotropni su i nehomogeni poput velikih vrtloga u strujanjima sa slobodnim smicanjem. Smicanje u blizini čvrste stijenke napaja turbulentnom energijom vrtložne strukture koje nastaju viskoznom i neviskoznom mehanizmima u međusloju i inercijskom podsloju graničnog sloja (slika 4.3). Iscrpan pregledni



Slika 4.5 – Kolmogorova i inverzna turbulentna kaskada (prema [10])

prikaz rasta nestabilnosti i mehanizama nastanka turbulentnih struktura u graničnom sloju dan je u literaturi [10] s daljnjim referencama.

Turbulencija u graničnom sloju u složenoj je interakciji sa strujanjem u jezgri toka (eng. *free stream turbulence*). Turbulencija u jezgri toka može pospješiti tranziciju strujanja u graničnom sloju iz laminarnog u turbulentno, no sama turbulencija u graničnom sloju je neosjetljiva na turbulentne prilike u jezgri strujanja [65]. Turbulentna kinetička energija koja se generira u graničnom sloju oduzima se od kinetičke energije glavnog strujanja u jezgri toka. Količina gibanja te kinetičke energije glavnog toka jezgre dovodi se unutar njem graničnom sloju uz pomoć Reynoldsovih naprezanja, u kojem dijelom prelazi u toplinu putem viskozne disipacije, a dijelom se pretvara u kinetičku energiju turbulentnih fluktuacija. Većina turbulentne kinetičke energije koja nastaje u graničnom sloju prelazi disipacijom u toplinsku energiju na licu mjesta, dok se ostatak turbulentnom difuzijom odvodi prema glavnom strujanju. U jezgri strujanja produkcija turbulentne kinetičke energije je znatno manja od disipacije, tako da glavninu čini ona dovedena iz unutarnjeg graničnog sloja. Veći dio turbulentne kinetičke energije sadržan je u velikim skalama. S obzirom da su vrtlozi u blizini stijenke veličinom ograničeni udaljenošću od stijenke, energetske skale na većoj udaljenosti od stijenke većih su dimenzija od onih na manjoj udaljenosti. Transfer turbulentne energije odvija se od većih prema manjim skalama lokalno (disipacija) te od manjih skala bliže stijenci prema većim skalama (inverzna turbulentna



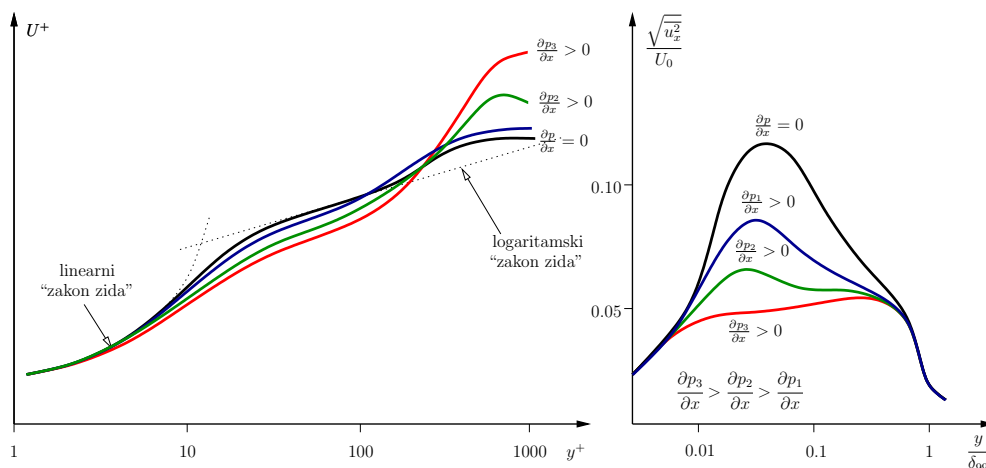
**Slika 4.6** – Utjecaj sistemske rotacije na vremenski osrednjeni profil brzine u graničnom sloju kanala (prema [12])

kaskada, slika 4.5) udaljenijima od stijenke [66].

Od dodatnih utjecaja na turbulenciju u graničnom sloju treba spomenuti gradijent tlaka [13] te sistemske rotaciju [67, 68].

Navier-Stokes jednadžbe egzaktno opisuju turbulentno gibanje fluida u diferencijalnom obliku. Polje turbulencije različito je u svakom promatranom vremenskom trenutku, čak i kod strujanja s vremenski nepromjenjivim rubnim uvjetima. Navier-Stokes jednadžbe zadovoljene su beskonačno velikim brojem rješenja odnosno realizacija turbulentnog strujanja. Detalji svakog pojedinačnog rješenja (realizacije) Navier-Stokes jednadžbi se značajno i snažno razlikuju od bilo koje druge realizacije. Rješenje je izuzetno osjetljivo na poremećaje ma kako oni bili mali. U početnom trenutku gotovo identične realizacije nekog turbulentnog strujanja će se nakon nekog vremena neprepoznatljivo razlikovati. Osjetljivost na male poremećaje i perturbacije čini turbulenciju nepredvidljivom.

S druge pak strane, različite realizacije istog turbulentnog strujanja posjeduju jednaka statistička svojstva [63], primjerice protoci, sile otpora i dinamičkog uzgona te osrednjena polja brzina i tlakova. Statistička svojstva turbulentnih strujanja neosjetljiva su na poremećaje. Drugim riječima, turbulentna strujanja statistički su stabilna, što pruža temelj determinističkom proučavanju turbulentnih strujanja.



**Slika 4.7** – Utjecaj gradijenta tlaka na vremenski osrednjeni profil brzine u graničnom sloju kanala (prema [13])

## 4.2. Strategije simulacije turbulentnih strujanja

Turbulentno strujanje u potpunosti je opisano je Navier-Stokesovim jednadžbama (2.7,2.8) u diferencijalnom obliku. Navier-Stokes jednadžbe zadovoljene su beskonačno velikim brojem rješenja odnosno realizacija u slučaju turbulentnog strujanja, zbog čega egzaktna integracija potpunih Navier-Stokes jednadžbi nije moguća [15]. Analitičko rješenje reduciranih Navier-Stokesovih jednadžbi može se pronaći tek u nekim slučajevima jednostavnih laminarnih strujanja. S druge strane, zamijene li se nepoznata kontinuirana vektorska polja u Navier-Stokesovim jednadžbama njihovim diskretnim vrijednostima u konačnom broju točaka prostora i vremena, nastaje konačan skup algebarskih jednadžbi čije je numeričko rješenje moguće izračunati u diskretnim vremenskim koracima. Udaljenost između točaka u kojima se jednadžbe diskretiziraju mora biti dovoljno mala da bi se mogla dobiti dobra numerička aproksimacija nepoznatih kontinuiranih funkcija. Broj diskretnih točaka određuje broj algebarskih jednadžbi koje je potrebno riješiti u svakom vremenskom koraku. Skup točaka u kojima se diskretiziraju jednadžbe naziva se računskom mrežom.

Najizravniji pristup rješavanju turbulentnog polja strujanja je direktna numerička simulacija (skr. DNS, od eng. *Direct Numerical Simulation*) Navier-Stokesovih jednadžbi. Direktnom numeričkom simulacijom izračunavaju se sve skale turbulentnog

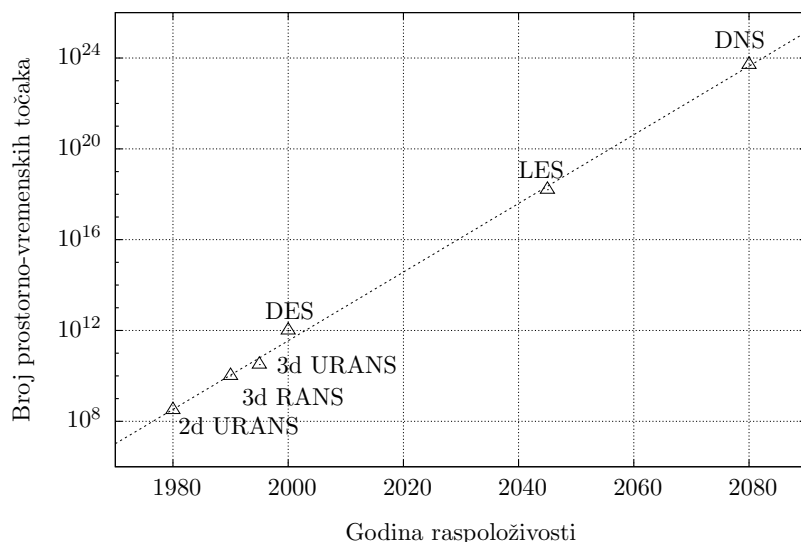
gibanja, od najvećih obilježja strujnog toka do najmanjih disipativnih vrtloga. U rješavanju se ne koriste nikakve modelske pretpostavke (osim Navier-Stokesovih jednadžbi, koje predstavljaju model za sebe) niti empirijske korelacije. Uz dovoljno finu mrežu, DNS rješenje teži egzaktnom, a greške su posljedica samo numeričkih aproksimacija. Time je omogućeno proučavanje strujanja koja je teško realizirati u fizikalnom eksperimentu ili kvantificiranje veličina koje je teško mjeriti, jer numeričko rješenje pruža potpuni uvid u polje strujanja.

Izračunavanje svih turbulentnih skala sadržanih u Navier-Stokesovim jednadžbama dovodi do potrebe za velikim brojem računskih točaka jer računska mreža mora biti dovoljno fina da bi razlučila i najmanje disipativne skale. Moraju se koristiti numeričke sheme visokog reda točnosti da bi se minimalizirale numeričke pogreške. Dodatno, s obzirom da su prostorna razlučivost mreže te vremenski korak povezani, opseg računanja direktne numeričke simulacije proporcionalan je trećoj potenciji Reynoldsovog broja [69, 70]. Strujanje u turbostrojevima su turbulentna, a Reynoldsovi brojevi visoki, što čini primjenu DNS simulacije pretjerano računski zahtjevnom [14].

Naziv	Nestacionarno rješenje	Empiricizam modela	Ovisnost mreže o $Re$	Učinak profinjenja mreže	Veličina mreže	Broj koraka	Godina
2d URANS	Da	Izrazit	Slaba	Numerički	$10^5$	$10^{3.5}$	1980
3d RANS	Ne	Izrazit	Slaba	Numerički	$10^7$	$10^3$	1990
3d URANS	Da	Izrazit	Slaba	Numerički	$10^7$	$10^{3.5}$	1995
DES	Da	Izrazit	Slaba	Numerički i fizikalni	$10^8$	$10^4$	2000
LES	Da	Slab	Slaba	Numerički i fizikalni	$10^{11.5}$	$10^{6.7}$	2045
DNS	Da	Nepostojeći	Jaka	Numerički	$10^{16}$	$10^{7.7}$	2080

**Tablica 4.1** – Pregled strategija simulacije turbulentnog strujanja (prema [14]). Veličina računске mreže i broj koraka odnose se na strujanje oko automobila ili putničkog aviona. Godina označava dostupnost računalnih resursa u industrijskoj primjeni. Procjena dostupnosti za LES i DNS temelji se na pretpostavci peterostrukog porasta snage računala svakih pet godina.

Alternativni pristup direktnoj numeričkoj simulaciji turbulentnog strujanja temelji se na vremenskom ili prostornom osrednjavanju Navier-Stokesovih jednadžbi. Time se izbjegava potreba rješavanja najmanjih turbulentnih gibanja, te se omogućava korištenje računskih mreža sa znatno većim razmakom računskih točaka. Utjecaj turbulentnih skala odbačenih u osrednjavanju modelira se korištenjem prikladnog modela turbulencije. Što je udio odbačenih turbulentnih fluktuacija veći to model



**Slika 4.8** – Strategije simulacije turbulentnog strujanja s godinom početka primjene i brojem računskih točaka (prema podacima [14] iz tablice 4.1)

turbulencije mora biti složeniji i elaboriraniji, ali potrebna rezolucija mreže može biti značajno niža. Istovremeno sa sniženjem prostorne razlučivosti smanjuje se i potrebna vremenska razlučivost, jer odbačenim turbulentnim skalama visokih valnih brojeva odgovaraju i visoke frekvencije u vremenskoj domeni. Time se snižava potreban broj vremenskih koraka da bi se stiglo do rješenja. Neke od metoda turbulentnog modeliranja koje ulaze u ovu kategoriju jesu:

- Najbrža i najmanje točna metoda je RANS (od eng. *Reynolds Averaged Navier-Stokes*) koji se temelji se na statističkom modeliranju tubulencije. Strujanje je opisano osrednjenim Navier-Stokes jednadžbama iz kojih su odstranjeni vremenski članovi. Na taj način sve vremenske fluktuacije su uklonjene iz rješenja, a utjecaj svih turbulentnih skala se modelira. RANS modeli turbulencije moraju oponašati veliku količinu informacija koja je izbačena iz osrednjenih jednadžbi te sadrže veliki stupanj empiricizma.

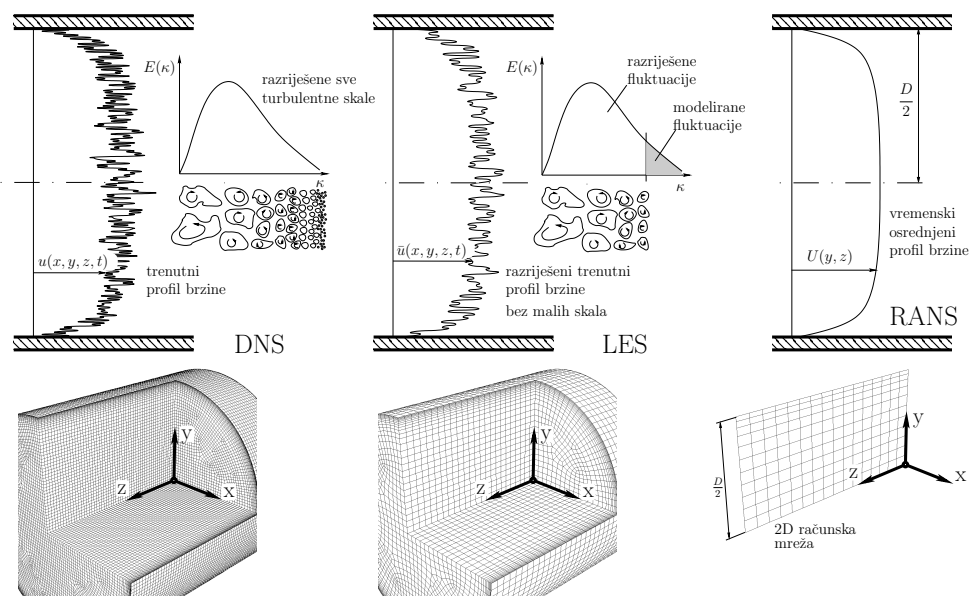
Simulaciju nestacionarnog turbulentnog strujanja omogućuje nestacionarni RANS (skr. URANS, eng. *Unsteady RANS*), odnosno RANS kod kojega su zadržani vremenski članovi u jednadžbama. Potrebna rezolucija mreže jednaka je kao

kod stacionarnog RANS-a, ali računanje traje duže jer se do rješenja dolazi u vremenskim koracima. Ova metoda može otkriti i razriješiti najizrazitije nestacionarne turbulentne vrtloge, primjerice von Karmánove vrtloge kod opstrujavanja cilindra.

- Simulacija velikih vrtloga (skr. LES od eng. *Large Eddy Simulation*) temelji se na prostornom osrednjavanju (filtriranju) Navier-Stokesovih jednadžbi. Prostorni filter odbacuje fluktuacije u prostoru čije dimenzije su manje od dimenzija filtera. U metodi konačnih volumena, često se kao implicitni filter koristi volumen definiran računskom mrežom, isti onaj nad kojim se diskretiziraju jednadžbe. Filtrirane fluktuacije, čija je karakteristična prostorna dimenzija veća od dimenzije filtera (mreže) računaju se kao rješenje jednadžbi, a fluktuacije koje su manje od veličine filtera modeliraju se SGS (eng. *Sub Grid Scale*) modelima turbulencije. Ovo je najtočnija metoda nakon direktne numeričke simulacije, jer se dominantni energetski geometrijski specifični vrtlozi izravno računaju. SGS modeli turbulencije modeliraju doprinos malih vrtloga čiji je karakter univerzalniji, a utjecaj na rješenje im je manji nego što je to kod simulacija RANS tipa. Rezolucija LES računske mreže mora biti znatno veća od URANS, a vremenski korak mora biti adekvatan vremenskoj skali najmanjih razriješenih vrtloga. Metoda je računski i numerički zahtjevnija, osobito ako strujanje obuhvaća čvrste stijenke na svom rubu. Povećanjem rezolucije računske mreže povećava se udio razriješenih fluktuacija te se metoda približava DNS simulaciji.
- DES (eng. *Detached Eddy Simulation*) pripada široj grupi hibridnih RANS/LES metoda razvijenih s ciljem proširenja područja primjene LES-a na strujanja uz čvrstu stijenku pri visokim Re brojevima. DES je modifikacija URANS metode kod koje jedinstveni model turbulencije funkcionira kao SGS model u području mreže koje ima dovoljnu rezoluciju za LES a kao obični URANS model drugdje. DES rješava identične osrednjene Navier-Stokes jednadžbe kao i URANS, a modifikacija se provodi nad modelom turbulencije. DES formulacija modela turbulencije izvodi se prikladnom modifikacijom karakteristične duljine koja je kao parametar prisutna u svim modelima turbulencije [71, 72].

Osrednjene RANS jednadžbe posjeduju glatko egzaktno rješenje. Numeričko rješenje se približava tom egzaktnom rješenju kako se povećava rezolucija mreže. Smisao profinjavanja mreže kod RANS-a jeste isključivo u povećanju točnosti numeričkog





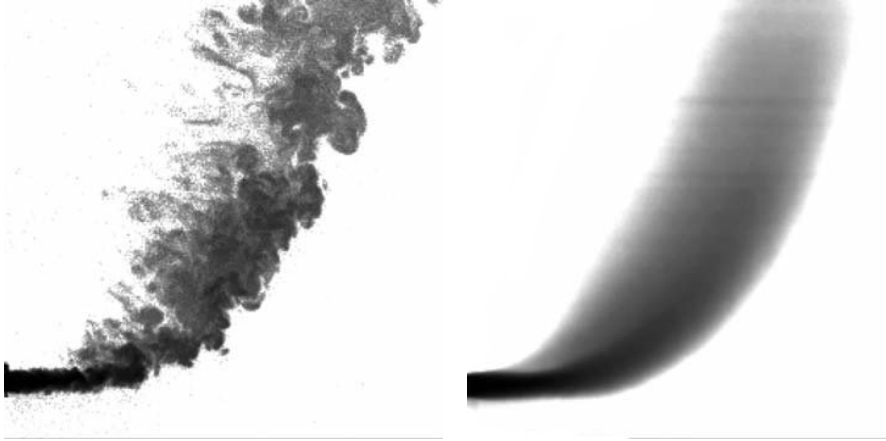
**Slika 4.9** – Usporedba DNS, LES i RANS pristupa simulaciji turbulentnih strujanja, prema [15]

rješenja. Povećanje rezolucije mreže nema utjecaja na model turbulencije. S druge strane, kod LES-a i hibridnih metoda, dimenzije najmanjih rješavanih turbulentnih vrtloga izravno ovise o koraku računske mreže. Povećavanje rezolucije računske mreže (profinjavanjem) dovodi do rješenja koje je bogatije turbulentnom fizikom odnosno većim brojem finijih razriješenih vrtložnih struktura. Nelinearna interakcija između brojnijih energetskih vrtloga dovodi do točnijeg rješenja jer se umanjuje utjecaj SGS modela turbulencije na rješenje, odnosno pogreška modeliranja. Profinjavanje mreže na taj način dobiva, pored numeričkog, i fizikalni karakter.

### 4.3. Statističko modeliranje turbulentnih strujanja

U uvodu je istaknuto da turbulentna strujanja posjeduju stabilna statistička svojstva unatoč neograničenom broju mogućih trenutnih realizacija. Ova činjenica omogućuje statističko opisivanje i modeliranje turbulentnih strujanja.

Statistički opis turbulencije temelji se na Reynoldsovom osrednjavanju fluktuirajućih svojstava. Svaka varijabla rastavlja se na zbroj srednje vrijednosti i fluktuacije oko te



**Slika 4.10** – Vizualizacija mlaza u poprečnom strujanju: trenutno (lijevo) i vremenski osrednjeno strujanje (desno), fotografija preuzeta iz [16]

vrijednosti:

$$\phi(x_i, t) = \bar{\phi}(x_i) + \phi'(x_i, t) \quad (4.2)$$

Klasično Reynoldsovo osrednjavanje po vremenu osobito je prikladno kod statistički stacionarnih strujanja:

$$\bar{\phi}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi(x_i, t) dt \quad (4.3)$$

Alternativno, moguće je primijeniti osrednjavanje po ansamblu istovremenih realizacija koje je općenitijeg karaktera:

$$\bar{\phi}(x_i, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_1^N \phi(x_i, t) \quad (4.4)$$

Primjeni li se operacija osrednjavanja na glavne jednačbe nastaju osrednjene glavne jednačbe strujanja, poznate kao Reynoldsove osrednjene Navier-Stokes jednačbe (eng. *Reynolds Averaged Navier-Stokes*, skr. *RANS*). Osrednjavanje bilo kojeg linearnog člana u jednačbama očuvanja rezultira jednakim oblikom ali za osrednjenu vrijednost. Osrednjavanje nelinearnog umnoška vektora brzine  $v_i$  i proizvoljnog svojstva  $\phi$  rezultira s dva člana, produktom osrednjenih vrijednosti te srednjom vrijednosti produkta

fluktucija:

$$\overline{v_i \phi} = \overline{(\bar{v}_i + v'_i)(\bar{\phi} + \phi')} = \bar{v}_i \bar{\phi} + \overline{v'_i \phi'} \quad (4.5)$$

Zadnji član u gornjoj jednadžbi jednak je nuli samo ako su dvije veličine nekorelirane, što obično nije slučaj. To ima za posljedicu pojavu novih članova u osrednjenim glavnim jednadžbama očuvanja.

U jednadžbama se obično koristi slijedeća notacija za osrednjene veličine tlaka i brzine:

$$\bar{v}_i = V_i, \quad \bar{p} = P \quad (4.6)$$

Osrednjena jednadžba kontinuiteta formalno je identična jednadžbi (2.7), ali je fizikalni smisao varijabli promijenjen:  $V_j$  je osrednjeni a ne trenutni vektor brzine:

$$\frac{\partial V_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4.7)$$

Kao i slučaju jednadžbe kontinuiteta, osrednjena jednadžba zakona količine gibanja formalno podsjeća na Navier-Stokes jednadžbu (2.8):

$$\frac{\partial V_j V_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{v'_i v'_j} \quad (4.8)$$

Tenzor osrednjenog viskoznog naprezanja nastao je osrednjavanjem izraza za tenzor viskoznog naprezanja (2.9) te je zadržao njemu formalno identičan oblik, ali gradijenti brzina u njemu predstavljaju osrednjene veličine:

$$\bar{\tau}_{ij} = 2\mu \bar{S}_{ij} = \mu \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.9)$$

Zadnji član u jednadžbi (4.8), korelacija  $\overline{v'_i v'_j}$ , javlja se kao posljedica osrednjavanja nelinearnih članova u izvornoj Navier-Stokes jednadžbi. Fizikalno predstavlja utjecaj fluktuirajućih veličina na glavno osrednjeno strujanje, koje su izgubljene u procesu osrednjavanja. Veličina  $-\rho \overline{v'_i v'_j}$  naziva se tenzorom Reynoldsovog naprezanja:

$$-\overline{v'_i v'_j} = -(\bar{v}_i \bar{v}_j - V_i V_j) = \frac{1}{\rho} \tau_{ij}^R \quad (4.10)$$

Tenzor Reynoldsovog naprezanja je simetrični ( $\overline{v'_i v'_j} = \overline{v'_j v'_i}$ ) tenzor drugog reda te sadrži 6 nepoznatih korelacija. Sustav jednadžbi (4.7) i (4.8) sadrži više nepoznatih veličina (polja) nego jednadžbi. Skup jednadžbi kojim se zatvara sustav (4.7) i (4.8) naziva se modelom turbulencije (eng. *Turbulence Closure Model*) ili RANS modelom.

RANS modeli turbulencije obično propisuju komponente tenzora Reynoldsovog naprezanja u izrazima osrednjenih veličina. Najelaboriraniji modeli turbulencije, tzv. RSM modeli (eng. *Reynolds stress models* ili *Second moment closure models*) poput primjerice Launderovog RSM modela [73] rješavaju transportnu jednadžbu svake komponente tenzora Reynoldsovog naprezanja te dodatnu jednadžbu u funkciji duljinske ili vremenske skale turbulencije, obično jednadžbu turbulentne disipacije  $\varepsilon$  ili jednadžbu specifične disipacije  $\omega$ . Drugi, jednostavniji modeli poput poznatog  $k$ - $\varepsilon$  [74] ili  $k$ - $\omega$  [21], uz sustav jednadžbi (4.7) i (4.8) rješavaju samo jednu do dvije dodatne jednadžbe (primjerice turbulentnu viskoznost  $\mu_t$ , turbulentnu kinetičku energiju  $k$ , brzinu turbulentne disipacije  $\varepsilon$  ili specifične disipacije  $\omega$ ), a to omogućava primjena Boussinesqove pretpostavke.

Boussinesqova pretpostavka dovodi Reynoldsova naprezanja u linearnu ovisnost o tenzoru osrednjene brzine deformacije  $\bar{S}_{ij}$ , odnosno gradijenata osrednjenog polja brzine, analogno tenzoru viskoznih naprezanja (4.9):

$$\tau_{ij}^R = -\rho \overline{v'_i v'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (4.11)$$

odnosno u slučaju nestlačivog strujanja ( $\partial V_k / \partial x_k = 0$ ):

$$\begin{aligned} \tau_{ij}^R &= -\rho \overline{v'_i v'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \\ &= 2\mu_t \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k = -\frac{2}{3} k + 2\mu_t \left( \bar{S}_{ij} - \frac{1}{3} \bar{S}_{kk} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Uz pomoć Boussinesqove pretpostavke 6 nepoznatih veličina svodi se na dvije, i to turbulentnu (vrtložnu) viskoznost  $\mu_t$  te turbulentnu kinetičku energiju  $k$ :

$$k = \frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j} = \frac{1}{2} (\overline{v_1'^2} + \overline{v_2'^2} + \overline{v_3'^2}) \quad (4.13)$$

#### 4.4. SST $k$ - $\omega$ model turbulencije

SST  $k$ - $\omega$  (eng. *Shear Stress Transport*) model turbulencije pridodaje sustavu RANS jednadžbi (4.7, 4.8 i 4.12) dvije dodatne jednadžbe, i to transportnu jednadžbu turbulentne kinetičke energije  $k$  te transportnu jednadžbu specifične disipacije  $\omega$ .

Turbulentna viskoznost kod  $k - \omega$  modela računa se, u prvom približenju, kao:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (4.14)$$

Veličinu  $\omega$  uveo je Kolmogorov 1942. godine te ju definirao kao “brzinu disipacije energije u jedinici volumena i vremena” [21]. Recipročna vrijednost  $1/\omega$  jednaka je vremenskoj skali disipacije turbulentne kinetičke energije, međutim  $\omega$  je samo indirektno povezana s disipacijom koja se odvija u najmanjim turbulentnim skalama. Brzina disipacije jednaka je brzini transfera kinetičke energije prema disipativnim skalama, a ta ovisi o svojstvima velikih energetske skala. Veličina  $\omega$  ima dimenziju inverznog vremena te se ponekad naziva “turbulentnom frekvencijom”.

SST  $k-\omega$  model nastaje stapanjem standardnog  $k-\omega$  [21] te standardnog  $k-\varepsilon$  [74] modela na način da se model svodi na  $k-\omega$  u blizini čvrste stijenke, a na  $k-\varepsilon$  model podalje od stijenke. Stapanje se ostvaruje uz pomoć težinskih funkcija kojima se zbrajaju doprinosi pojedinog modela u postizanju željenih svojstava. Nepovoljna strana ovog pristupa leži u potrebi računanja udaljenosti do najbliže čvrste stijenke  $y$ . U izvornoj implementaciji SST modela udaljenost od čvrste stijenke računa se rješavanjem Poissonove jednadžbe [17].

Ugradnja i povezivanje transportne jednadžbe  $\varepsilon$  s transportnom jednadžbom  $\omega$  omogućeno je transformacijom:

$$\varepsilon = \beta^* \omega k \quad (4.15)$$

Model je nastao u cilju iskorištavanja dobrih svojstava polazišnih modela zbog potrebe za modeliranjem aerodinamičkih strujanja s nepovoljnim gradijentom tlaka i separacijom strujanja. Model  $k-\omega$  daje značajno bolje rezultate od  $k-\varepsilon$  modela u području graničnog sloja s umjerenim vrijednostima nepovoljnog pozitivnog gradijenta tlaka (tlak raste u smjeru strujanja) do točke pojave odvajanja strujanja. Transportna jednadžba  $\omega$  može se integrirati do same stijenke bez potrebe za “Low-Re” modifikacijama, a izraz za graničnu vrijednost na stijenci  $\omega^+ = 2/y^+$  daje dobre rezultate sve do  $y^+ \approx 5$ . Slabosti  $k-\omega$  jesu lošije ponašanje u područjima jakog pozitivnog gradijenta tlaka i separacije strujanja te previsoka osjetljivost na vrijednosti  $\omega$  u neporemećenoj vanjskoj struji, što rezultira pretjeranom ovisnošću rezultata o, uglavnom, proizvoljno propisanim vrijednostima  $k$  i  $\omega$  na ulazu u domen. Osnovne slabosti  $k-\varepsilon$  modela jesu prebačaj smičnog naprezanja u zonama pozitivnog gradijenta tlaka te potreba za “low-Re” modifikacijom u području unutarnjeg graničnog sloja.

SST model razvijen je primarno za potrebe simulacije aerodinamičkih strujanja, međutim pokazao se uspješnim, u usporedbi s drugim modelima turbulencije, u simulaciji širokog spektra strujanja pod dominantnim utjecajem čvrste stijenke i graničnog sloja [75] te prijelaza topline [76]. Većinu dobrih svojstava model je naslijedio iz dobrih svojstava izvorne  $\omega$  jednadžbe u području modeliranja graničnog sloja.

## Osnovne jednadžbe SST $k$ - $\omega$ modela

Na ovim stranicama prikazana je formulacija SST modela turbulencije prema [17], koja se u detaljima razlikuje od izvorne formulacije [77]. Izložena formulacija implementirana je u programskom paketu ANSYS Fluent 12.1:

Transportna jednadžba turbulentne kinetičke energije  $k$  glasi:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_i k)}{\partial x_i} = \tilde{P}_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (4.16)$$

Transportna jednadžba specifične disipacije  $\omega$  glasi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_i \omega)}{\partial x_i} = \\ = \alpha \frac{\rho}{\mu_t} \tilde{P}_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Turbulentna viskoznost računa se modificiranim izrazom (4.14):

$$\mu_t = \min \left( \frac{\rho k}{\omega}, \frac{a_1 \rho k}{F_2 \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}} \right) \quad (4.18)$$

Težinska funkcija SST modela  $F_1$  definirana je kao:

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad (4.19)$$

$$\Phi_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d_w}, \frac{500 \mu}{\rho d_w^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d_w^2} \right] \quad (4.20)$$

gdje je  $d_w$  udaljenost do čvrste stijenke te međudifuzijski član:

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right) \quad (4.21)$$

Druga težinska funkcija  $F_2$  definirana je na sličan način:

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \quad (4.22)$$

$$\Phi_2 = \max\left(2\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d_w}, \frac{500\mu}{\rho d_w^2\omega}\right) \quad (4.23)$$

Limitator produkcije turbulentne kinetičke energije spriječava nefizikalni rast u zaustavnim zonama:

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, 10\beta^*\rho k\omega), \quad P_k = \mu_t \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.24)$$

Koeficijenti  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma_k$  i  $\sigma_\omega$  uzimaju u obzir doprinos oba pojedinačna modela te se računaju uz pomoć težinskih funkcija:

$$\alpha = F_1\alpha_1 + (1 - F_1)\alpha_2 \quad (4.25)$$

$$\beta = F_1\beta_1 + (1 - F_1)\beta_2 \quad (4.26)$$

$$\sigma_k = F_1\sigma_{k1} + (1 - F_1)\sigma_{k2} \quad (4.27)$$

$$\sigma_\omega = F_1\sigma_{\omega1} + (1 - F_1)\sigma_{\omega2} \quad (4.28)$$

pri čemu su konstante pojedinačnih modela navedene u donjoj tablici:

$$\begin{array}{cccc} \alpha_1 = 5/9 & \beta_1 = 3/40 & \sigma_{k1} = 0.85 & \sigma_{\omega1} = 1/2 \\ \alpha_2 = 0.44 & \beta_2 = 0.0828 & \sigma_{k2} = 1 & \sigma_{\omega2} = 0.856 \end{array}$$

Preostale konstante SST modela turbulencije iznose:

$$a_1 = 0.31, \quad \beta^* = 0.09$$

Prethodne jednadžbe predstavljaju izvorni SST model turbulencije koji je razvijen za potpuno turbulentna strujanja. U programskom paketu Ansys FLUENT 12.0 modelu je pridodana tzv. "Low-Re" modifikacija [18] kojom se dodatno prigušuje turbulentna viskoznost u unutarnjem graničnom sloju. Modifikacija se u proračun uključuje prema zahtjevu korisnika. Testiranjem modela bez i s uključenom "Low-Re" modifikacijom kod strujanja u cijevi kružnog presjeka ustanovljeno je da se upotrebom modifikacije postižu bolji rezultati graničnih tokova na čvrstoj stijenci (tangencijalno naprezanje i toplinski tok) kada prva točka računске mreže pada u područje viskoznog podsloja i međusloja (slika 4.14).

Prethodni izraz za turbulentnu viskoznost (4.18) zamjenjuje se modificiranim izrazom:

$$\mu_t = \min \left( \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}, \frac{a_1 \rho k}{F_2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}} \right) \quad (4.29)$$

”Low-Re“ modifikaciju čini novi koeficijent  $\alpha^*$  koji prigušuje turbulentnu viskoznost u gornjem izrazu:

$$\alpha^* = \frac{\alpha_0^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k} \quad (4.30)$$

pri čemu

$$\alpha_0^* = \frac{\beta}{3} \quad (4.31)$$

gdje se koeficijent  $\beta$  određuje sukladno izrazu (4.26) a  $Re_t$  iznosi:

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (4.32)$$

Izraz (4.25) zamjenjuje se slijedećim modificiranim izrazom:

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + Re_t/R_\omega}{1 + Re_t/R_\omega} \right) \quad (4.33)$$

pri čemu je:

$$\alpha_\infty = F_1 \alpha_1 + (1 - F_1) \alpha_2 \quad (4.34)$$

Preostale konstante iznose:

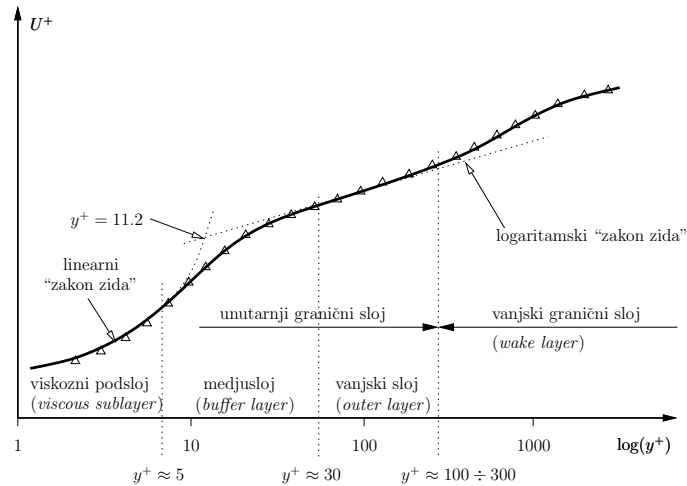
$$\alpha_0 = 1/9, \quad R_k = 6, \quad R_\omega = 2.95$$

Opisana modifikacija u programskom paketu Ansys FLUENT 12.0 primjenjuje se na izričit zahtjev korisnika, a ima smisla i daje poboljšane rezultate samo kod tzv. ”Low-Re“ računskih mreža, opisanih u slijedećem potpoglavlju.

## Rubni uvjeti na čvrstoj stijenci

Način na koji se tretiraju rubni uvjeti na kontaktu fluida sa čvrstom stijenkom od jednakog su značaja za praktičnu primjenu kao i sam model turbulencije. Djelovanje čvrste stijenke na turbulenciju manifestira se kinematičkim prigušenjem normalnih fluktuacija te viskoznim prigušenjem tangencijalnih fluktuacija čime turbulencija postaje anizotropna kao i snažnom produkcijom turbulentne kinetičke energije djelovanjem smičnog naprezanja u graničnom sloju. U graničnom sloju javljaju se visoki gradijenti





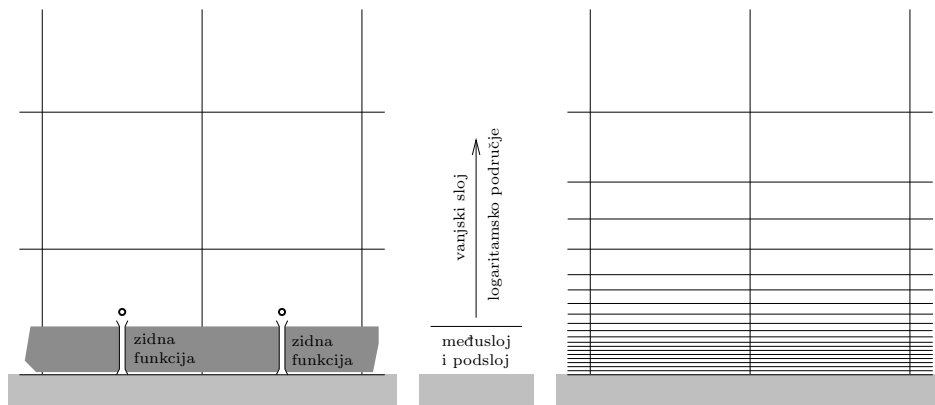
Slika 4.11 – Profil brzine u ravnotežnom graničnom sloju

brzine koji zahtijevaju visoku razlučivost računske mreže, posebno u normalnom smjeru. Modeliranju strujanja u graničnom sloju i tretmanu rubnih uvjeta na čvrstoj stijenci pristupa se tradicionalno na dva načina.

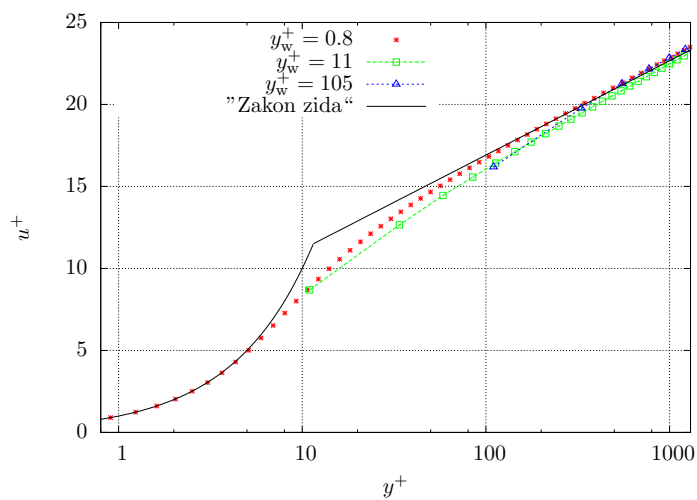
U prvom slučaju provodi se integracija transportnih jednadžbi u cijelom području, od vanjskog graničnog sloja do viskoznog podsloja. Računska mreža u području čvrste stijene mora biti dovoljno fina da omogući numeričku rekonstrukciju visokih gradijenata koji prevladavaju u tom području. Model turbulencije mora biti u stanju adekvatno modelirati djelovanje molekularne viskoznosti i visokih gradijenata brzine na karakter turbulencije u blizini čvrste stijene. Modeli turbulencije koji imaju tu mogućnost nazivaju se modelima “Low-Re” tipa.

U drugom slučaju rubni uvjeti propisuju se uz pomoć takozvanih zidnih funkcija, uz pretpostavku da strujanje u blizini stijene ima karakter potpuno razvijenog graničnog sloja (slika 4.11). Iako pretpostavka da se strujanje u blizini stijene ponaša poput graničnog sloja ponekad nije točna, često je poželjnije da se (računalnim kapacitetima) limitiran broj računskih točaka u simulaciji iskoristi na poboljšanje razlučivosti i kvalitete mreže u drugim područjima u kojima se riješavaju dominantna obilježja strujanja a u kojima se također javljaju visoki gradijenti strujnih i fizikalnih veličina. Modeli turbulencije koji se koriste zajedno s zidnim funkcijama nazivaju se modelima “High-Re” tipa.

Načinu na koji model turbulencije tretira granični sloj mora biti prilagođena računska



**Slika 4.12** – Tretman čvrste stijenke pomoću zidnih funkcija u odnosu na integralni “Low-Re” pristup te pripadne računske mreže



**Slika 4.13** – Izračunati profil brzine u graničnom sloju u ovisnosti o udaljenosti prve točke računske mreže  $y_w^+$ , Couetteovo strujanje, SST  $k-\omega$  model turbulencije s automatskim zidnim funkcijama. Prva točka u viskoznom podsloju  $y_w^+ = 0.8$ , međusloju  $y_w^+ = 11$ , logaritamskom području  $y_w^+ = 105$

mreža. Standardne zidne funkcije valjane su u logaritamskom području graničnog sloja što uvjetuje nužnost smještaja prve točke računske mreže u logaritamsko područje ( $y^+ \geq 30$ ). Previše fina mreža spustit će prvu točku duboko u međusloj i do značajne pogreške u izračunu rubnih vrijednosti. Pregruba mreža pak dovodi do nedovoljne rezolucije mreže za kvalitetno razriješenje vanjskih dijelova graničnog sloja. Postojanje donjeg i gornjeg limita značajno otežava primjenu zidnih funkcija kod strujanja u složenim trodimenzionalnim geometrijama, kao i izvođenje sustavnog profinjavanja mreže u cilju ocjene nesigurnosti numeričkih rezultata. Umjesto povećane točnosti na finijim mrežama rješenje će sve više odstupati od točnog.

Modeli turbulencije “low-Re” tipa pak zahtijevaju smještaj prve računske točke duboko u viskozni podsloj ( $y^+ \approx 1$ ) kako bi se osigurala rezolucija mreže dostatna za rješavanje visokih gradijenata zavisnih veličina u graničnom sloju. Kod tipičnih inženjerskih problema strujanja u blizini čvrstih stijenki, “Low-Re” mreže sadrže do 50% više računskih točaka od “High-Re” mreža. I ovdje se javlja problem primjene u složenim geometrijama i poteškoća u osiguravanju odgovarajuće rezolucije na svim stijenkama. Rješenje u području pregrube mreže će značajnije podbaciti u izračunu smičnog naprezanja te toplinskog toka na čvrstoj stijenci.

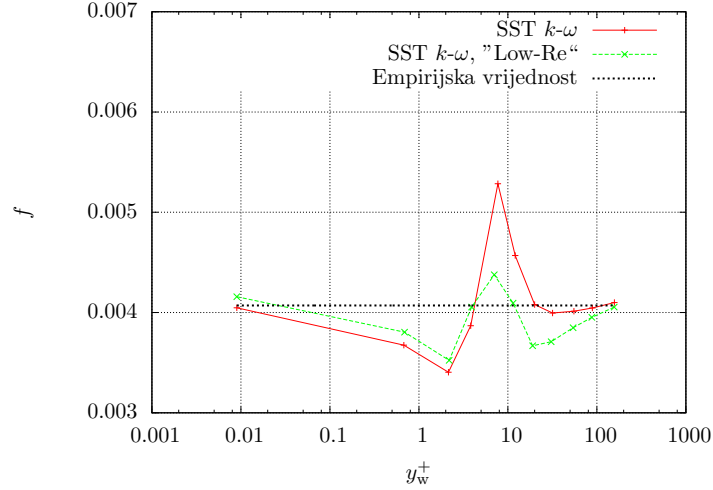
SST  $k$ - $\omega$  jest model turbulencije “Low-Re” tipa, što znači da je potrebno jednadžbe integrirati kroz cijeli granični sloj (uključivo tankog viskoznog podsloja), uz adekvatnu rezoluciju računske mreže u smjeru normale na čvrstu stijenku. Iako je ovaj način poželjniji od zidnih funkcija, teško je u kod složenih geometrija zadovoljiti zahtjev za dovoljnom rezolucijom mreže na svim čvrstim površinama. Zbog toga je poželjno imati na raspolaganju takav zidni model koji će postupno i automatski primijenjivati zidne funkcije na mjestima na kojima računska mreža nije dovoljno gusta za potpunu “Low-Re” integraciju.

SST  $k$ - $\omega$  modelu turbulencije izvorno je pridružen  $y^+$ -neosjetljiv zidni model [76] koji se temelji na analitičkom izrazu za vrijednost  $\omega$  koji vrijedi u viskoznom podsloju kao i logaritamskom području. Veličina  $\omega$  u graničnom sloju funkcija je udaljenosti  $d_w$  od čvrste stijenske:

$$\omega_{\text{vis}} = \frac{6\mu}{0.075\rho d_w^2}; \quad \omega_{\text{log}} = \frac{1}{0.3\kappa} \frac{u_\tau}{d_w} \quad (4.35)$$

Gornje jednadžbe mogu se preformulirati u funkciji bezdimenzijske udaljenosti od stijenske  $y^+$  ( $= \rho u_\tau d_w / \mu$ ) te stopiti u jedinstveni izraz:

$$\omega(y^+) = \sqrt{\omega_{\text{vis}}^2(y^+) + \omega_{\text{log}}^2(y^+)} \quad (4.36)$$



**Slika 4.14** – Ovisnost izračunatog koeficijenta trenja u cijevi kružnog presjeka u ovisnosti o  $y_w^+$  prve točke računske mreže primjenom SST  $k-\omega$  modela [17] te SST  $k-\omega$  model s "Low-Re" modifikacijom [18]. Usporedba s empirijskom vrijednošću (Colebrook formula) [19]. Hidraulički glatka cijev,  $Re = 158000$ .

Analogni postupak primjenjuje se za profil brzine u graničnom sloju:

$$v_\tau^{\text{vis}} = \frac{V_1}{y^+}; \quad v_\tau^{\text{log}} = \frac{V_1}{\frac{1}{\kappa} \log y^+ + C} \quad (4.37)$$

Gornji izrazi stapaju se u jedinstvenu formulaciju koja povezuje brzinu u blizini čvrste stijenke i veličinu smičnog naprezanja na stijenci ( $v_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ ):

$$v_\tau(y^+) = \sqrt[4]{(v_\tau^{\text{vis}})^4 + (v_\tau^{\text{log}})^4} \quad (4.38)$$

U softverskom paketu Ansys Fluent 12.0, SST  $k-\omega$  RANS i DES modelu turbulencije pridružen je sličan tretman rubnih uvjeta na čvrstoj stijenci nazvan poboljšanim zidnim funkcijama (eng. *Enhanced Wall Functions*, ne miješati sa *Enhanced Wall Treatment*). Poboljšane zidne funkcije izvedene su glatkim stapanjem laminarnog zakona zida te poboljšanog logaritamskog zakona zida.

Stapanje laminarne (viskozne) i turbulentne (logaritamske) definicije proizvoljnog

svojstva  $\Phi$  izvodi se uz pomoć težinske funkcije [78] na slijedeći način:

$$\Phi_P = \Phi_{\text{lam}} e^{\Gamma} + \Phi_{\text{turb}} e^{1/\Gamma} \quad (4.39)$$

gdje je težinska funkcija dana izrazom:

$$\Gamma = -\frac{a(y^+)^4}{1 + by^+} \quad (4.40)$$

pri čemu  $a = 0.01$  i  $b = 5$ .

Stopljeni profil brzine u jednostavnom slučaju ravnotežnog graničnog sloja bez utjecaja gradijenta tlaka, rotacije, stlačivosti ili varijabilnih svojstava glasi:

$$v_\tau(y^+) = v_{\text{lam}}^+ e^{\Gamma} + v_{\text{turb}}^+ e^{1/\Gamma} = y^+ e^{\Gamma} + \left( \frac{1}{\kappa} \log y^+ + C \right) e^{1/\Gamma} \quad (4.41)$$

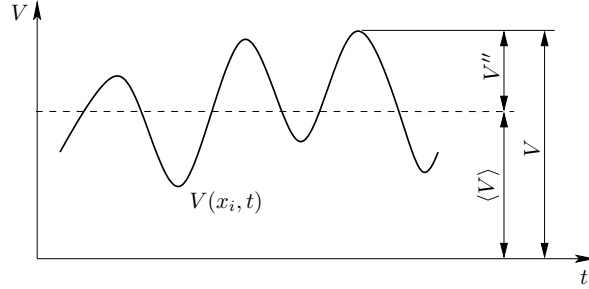
Na slici 4.13 prikazani su rezultati primjene poboljšanih zidnih funkcija na tri mreže različitih rezolucija te uspješnost u rekonstrukciji profila brzine u graničnom sloju neovisno o udaljenosti prve točke. Na slici 4.12 prikazani su rezultati proračuna koeficijenta trenja u ravnoj cijevi kružnog presjeka u ovisnosti o udaljenosti prve točke računске mreže. Rezultati dobiveni primjenom poboljšanih zidnih funkcija uspoređeni su s empirijskom formulom Colebrooka [19].

## 4.5. Nestacionarni RANS

Zadovoljavajuće rješenje velikog broja strujanja kod kojih turbulentne fluktuacije dostižu red veličine glavnog strujanja nije moguće primjenom stacionarnih RANS metoda. Primjeri takvih strujanja su vrtložni tragovi iza uronjenih objekata, strujanja sa izrazitom separacijom, te općenito vremenski nestacionarna strujanja. Za ovakva strujanja LES predstavlja prirodan odabir, no to vrlo često nije moguće zbog visokih računalnih zahtjeva koje ovakav tip simulacije iziskuje, osobito u graničnom sloju. Alternativa zahtjevnom LES-u je nestacionarni RANS pristup, skraćeno URANS (eng. *Unsteady RANS*).

URANS jednadžbe predstavljaju uobičajene RANS jednadžbe (4.7) i (4.8), ali kod kojih je zadržan nestacionarni član:

$$\frac{\partial V_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4.42)$$

Slika 4.15 – URANS razriješene fluktuacije  $V''$ , prema [20]

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + \frac{\partial V_j V_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{v'_i v'_j} \quad (4.43)$$

Kod URANS pristupa koriste se uobičajeni standardni RANS modeli turbulencije koji zatvaraju sustav jednadžbi modelirajući utjecaj fluktuacija na difuziju osrednjenog polja brzine:

$$-\overline{v'_i v'_j} = \frac{1}{\rho} \tau_{ij}^R = \frac{\mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (4.44)$$

Uobičajeni RANS modeli turbulencije modeliraju utjecaj *svih* turbulentnih skala. Pristup kod kojeg su modeli turbulencije modificirani tako da modeliraju samo utjecaj nižih, nekoherentnih skala naziva se VLES [79] (eng. *Very Large-Eddy Simulation*).

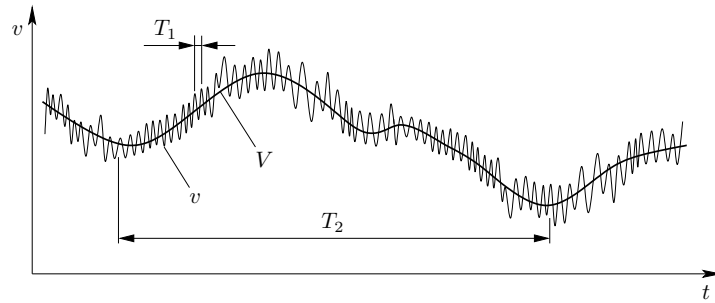
U Reynoldsovoj dekompoziciji svaka varijabla rastavlja se na srednju vrijednost  $V$  i fluktuaciju oko te srednje vrijednosti  $v'$  (4.2). U stacionarnom RANS-u srednja vrijednost se rješava (izračunava kao rješenje RANS jednadžbi) a fluktuacija se modelira. Nestacionarno rješenje URANS jednadžbi  $V$  može se i samo rastaviti na vremenski prosječni dio  $\langle V \rangle$  te na fluktuaciju oko te prosječne vrijednosti  $V''$ . Ukupna fluktuacija sastoji se od ove izračunate (riješene) fluktuacije  $V''$  te od modelirane fluktuacije  $v'$  (slika 4.15):

$$v = V + v' = \langle V \rangle + V'' + v' \quad (4.45)$$

Vremensko osrednjavanje kod nestacionarnog strujanja ima oblik:

$$V(x_i, t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} v(x_i, t) dt, \quad T_1 \ll T \ll T_2 \quad (4.46)$$

gdje je  $T_1$  vremenska skala turbulentnih fluktuacija najnižih frekvencija a  $T_2$  vremenska skala sporih, izvana nametnutih varijacija glavnog toka koja nisu turbulentnog karaktera.



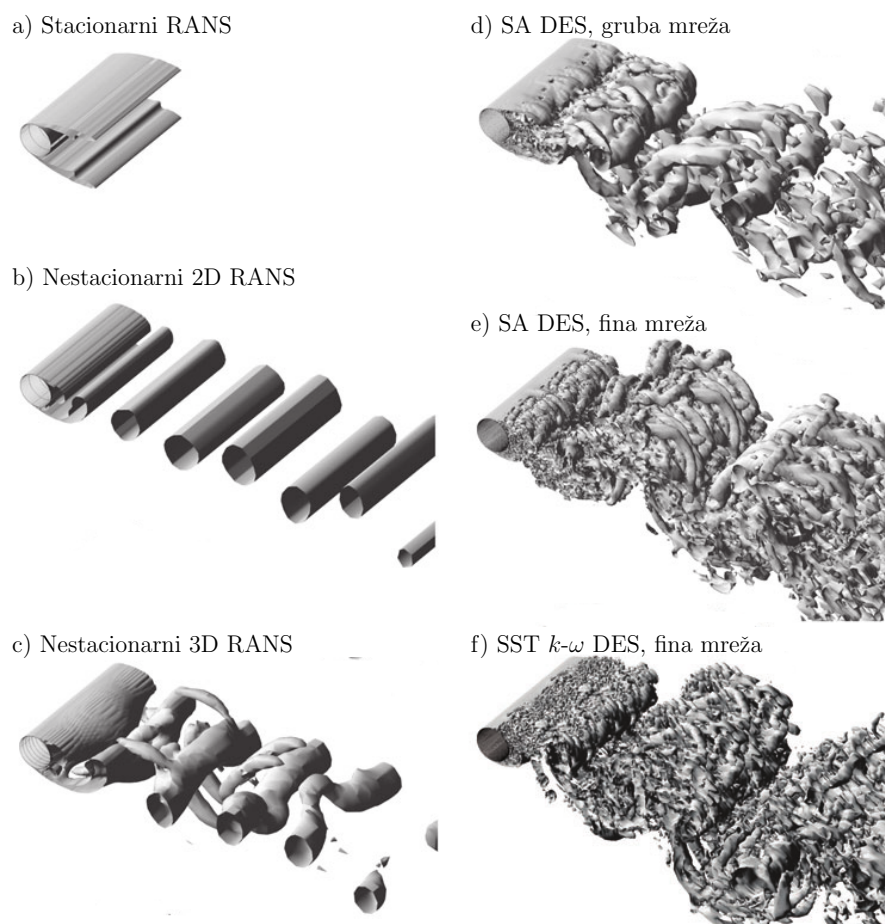
**Slika 4.16** – URANS vremensko osrednjavanje nestacionarne turbulencije, prema [21]

Iako klasično RANS osrednjavanje pretpostavlja stacionarno rješenje, jednačba (4.46) pokazuje da je vanjski nametnuta niskofrekventna nestacionarnost ipak dopuštena, ukoliko je razlika u redovima veličine vremenskih skala  $T_1$  i  $T_2$  dovoljno velika. Ova pretpostavka nije ispunjena kod turbulentnih strujanja s jakom separacijom toka, čak i uslučaju stacionarnih rubnih uvjeta. Ne postoji jasna distinkcija između nestacionarnosti glavnog toka i turbulentnih fluktuacija. Turbulentne fluktuacije jesu u korelaciji s glavnim strujanjem. Unatoč tome, URANS u pojedinim slučajevima daje znatno bolje rezultate od stacionarnog RANS-a.

URANS simulacije se relativno jednostavno softverski implementira. Nestacionarni RANS se postiže zadržavanjem vremenskih članova u RANS jednačbama, odnosno uključivanjem vremenske integracije u RANS solveru. Kod nekih tipova strujanja rješenje će postati nestacionarno, unatoč stacionarnim rubnim uvjetima. To se odnosi posebno na strujanja kod kojih se javlja separacija. Točnost URANS rješenja u tom slučaju je konzistentno veća u odnosu na RANS. Razriješene fluktuacije pokazuju širok spektar frekvencija [80], Ipak, za razliku od LES-a, URANS će razriješiti samo neke od velikih turbulentnih struktura. Slijedeće neočekivano svojstvo URANS-a jest trodimenzionalnost rješenja problema koji su dvodimenzionalne prirode (npr. poprečna “rebra” kod opstrujavanja cilindra, 4.17).

## 4.6. Simulacija odvojenih vrtloga (DES)

Stacionarni i nestacionarni statistički modeli (RANS, URANS) nisu pogodni za numeričku simulaciju turbulentnih strujanja sa značajnom separacijom toka. Problem primjene simulacije velikih vrtloga (LES) nalazi se u visokoj računalnoj zahtjevnosti



**Slika 4.17** – Turbulentni sadržaj u ovisnosti o strategiji turbulentne simulacije te finoći računske mreže prilikom opstrujavanja kružnog cilindra. Prikaz izopovršinama vrtložnosti,  $Re_D = 50000$ , eksperimentalno ustanovljeni koeficijent otpora  $C_d = 1.15 \div 1.25$ : a) stacionarni RANS, SST  $k-\omega$  model turbulencije, izračunati koeficijent otpora  $C_d = 0.78$ ; b) nestacionarni 2D RANS, SST  $k-\omega$ ,  $C_d = 1.73$ ; c) nestacionarni 3D RANS, SST  $k-\omega$ ,  $C_d = 1.24$ . Rješenje sadrži najveće odvojene vrtloge te jasno pokazuje trodimenzionalni karakter: uzdužni “roleri” te poprečna “rebra”; d) DES, gruba mreža, Spallart-Almaras model turbulencije,  $C_d = 1.16$ ; e) DES, fina mreža, Spallart-Almaras,  $C_d = 1.26$ ; f) DES, fina mreža, SST  $k-\omega$ ,  $C_d = 1.28$ . Slika je preuzeta iz literature [22]



takvog pristupa kada je strujanje u kontaktu sa čvrstim stijenkama. Razlog tome je, u prvom redu, potreba za visokom rezolucijom računske mreže u tankom graničnom sloju neposredno uz čvrstu stijenku, koja je nužna za točno rješavanje finih turbulentnih struktura koje tamo nastaju, i to na nivou koji čini LES u blizini čvrste stijenke praktično direktnom numeričkom simulacijom turbulencije. Visoka rezolucija računske mreže nije ograničena samo na okomiti smjer, već i u smjerovima paralelnim čvrstoj stijenci.

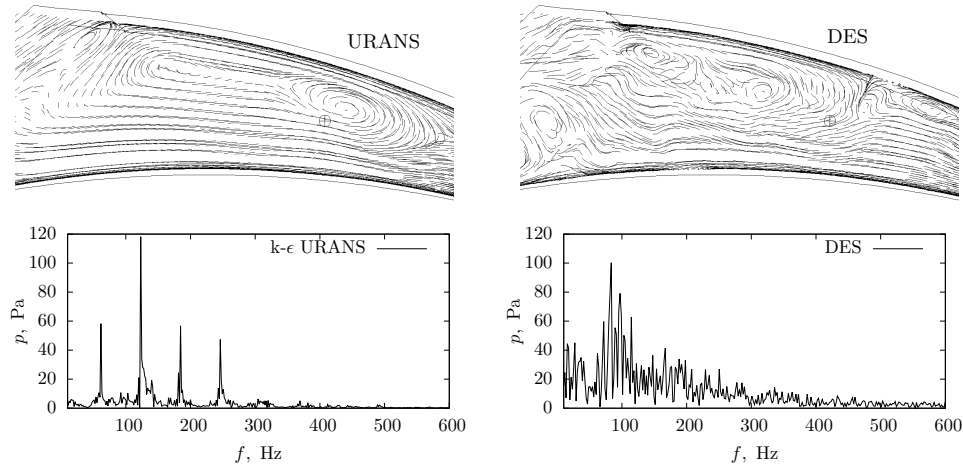
Visoki računalni zahtjevi LES-a doveli su do razvoja hibridnih URANS/LES metoda kod kojih se turbulencija u području toka koje je u kontaktu s čvrstom stjenkom modelira RANS modelima turbulencije, dok se strujanje u jezgri podalje od stijenke te područje separiranog toka tretira LES simulacijom. Od hibridnih metoda DES (od eng. *Detached-Eddy Simulation*) je ponajviše razvijan i validiran a njegova zrelost u industrijskoj primjeni naglašena je i dostupnošću u većini komercijalnih softverskih paketa za računalnu mehaniku fluida.

Definicija DES-a glasi “trodimenzijsko nestacionarno numeričko rješenje korištenjem jedinstvenog modela turbulencije, koji funkcionira kao LES SGS model u području u kojem je računska mreža dovoljno fina za LES, a kao RANS model ondje gdje ona to nije” [81]. DES je nestacionarna RANS simulacija kod koje je model turbulencije izmijenjen tako da se ograničenjem turbulentne viskoznosti omogućava nastanak i razvoj velikih turbulentnih vrtloga.

DES je predložen prvi puta 1997. godine [82] modifikacijom Spalart-Allmaras RANS modela turbulencije. U modelu Spalart-Allmaras kao duljinska skala koristi se udaljenost do najbliže čvrste stijenke  $d_w$ . U DES-u se koristi isti model turbulencije, ali se umjesto udaljenosti do najbliže čvrste stijenke kao duljinska skala uzima vrijednost nazvana DES limitator:

$$\tilde{d}_w = \min(d_w, C_{des}\Delta_{max}) \quad (4.47)$$

gdje konstanta iznosi  $C_{des} = 0.65$  a karakteristična veličina lokalne računske točke  $\Delta_{max} = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  definirana je kao najveća duljina ćelije kontrolnog volumena u bilo kojem smjeru. U blizini čvrste stijenke vrijednost DES limitatora svodi se na polaznu vrijednost  $d_w$ . Podalje od stijenke limitator je proporcionalan veličini lokalne računske ćelije. Ograničenjem duljinske skale neizravno se ograničava rast turbulentne viskoznosti, čime se omogućava razvoj malih prirodnih poremećaja i nastanak turbulencije. Drugim riječima, turbulentni vrtlozi u “priljubljenom” (eng. *attached*) graničnom sloju modeliraju se RANS modelom turbulencije, dok se veći “odvojeni” (eng. *detached*) vrtlozi simuliraju, odnosno rješavaju.



**Slika 4.18** – Usporedba URANS i DES simulacije strujanja u rotorskom kanalu centrifugalnog ventilatora: prikaz pomoću strujnica te riješenih fluktuacija statičkog tlaka u frekvencijskoj domeni [23]

Eksplisitni utjecaj razlučivosti računske mreže na model turbulencije u DES formulaciji ekvivalentan je ulozi filtera u LES simulaciji. Širina filtera u LES-u odvaja simulirane turbulentne skale od modeliranih. Povećanje razlučivosti mreže u LES-u rezultira smanjenjem širine filtera, odnosno povećanjem udjela riješenih turbulentnih skala u odnosu na modelirane, čime se umanjuje utjecaj SGS modeliranja na rezultate simulacije. U DES-u se postiže ekvivalentni efekt, smanjenje utjecaja RANS modela turbulencije. Na taj način se smanjuje i nesigurnost rezultata koja je posljedica nesavršenosti RANS modeliranja, i to upravo u području separacije strujanja u kojem RANS modeli pokazuju najveće nedostatke. S druge strane, RANS modeli dizajnirani su i daju svoje najbolje rezultate upravo u području graničnog sloja, koje je izuzetno zahtjevno za rješavanje LES pristupom.

DES temeljen na SST  $k-\omega$  modelu turbulencije predložen je [83] 2001. godine. I u ovom slučaju se duljinska skala izračunata RANS modelom turbulencije zamjenjuje lokalnom dimenzijom računske ćelije podalje od čvrste stijenke. DES modifikacija SST  $k-\omega$  modela odnosi se na član u  $k$ -jednadžbi (4.16) koji predstavlja disipaciju turbulentne kinetičke energije:

$$\varepsilon = \beta^* k \omega = \frac{k^{3/2}}{L_t} \quad (4.48)$$

pri čemu dužinska skala, duljina miješanja, iznosi:

$$L_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega} \quad (4.49)$$

DES modifikacija (limitator) izraza (4.48) glasi:

$$\varepsilon = \beta^* k \omega = \frac{k^{3/2}}{\min(L_t, C_{\text{des}} \Delta_{\text{max}})} \quad (4.50)$$

pri čemu konstanta iznosi  $C_{\text{des}} = 0.61$  za SST model. DES modifikacija SST  $k$ - $\omega$  modela obično se formulira kao množitelj disipacijskog člana u  $k$ -jednadžbi:

$$\varepsilon = \beta^* k \omega F_{\text{des}}, \quad F_{\text{des}} = \max\left(\frac{L_t}{C_{\text{des}} \Delta_{\text{max}}}, 1\right) \quad (4.51)$$

Objek definicije (4.47, 4.51) DES-a pate od problema koji je uočen vrlo rano a posljedica je prerane aktivacije DES limitera u graničnom sloju. Naime, “okidač” za aktivaciju DES limitatora jeste isključivo lokalna gustoća mreže. Fina mreža u području graničnog sloja može aktivirati DES limitator koji počinje snižavati efektivnu viskoznost, no ipak nedovoljno fina da omogući razvoj razriješenih turbulentnih struktura (LES sadržaj) u priljubljenom graničnom sloju. Dobiveno rješenje je RANS sa pre niskom turbulentnom viskožnošću. Zbog preniske turbulentne viskoznosti, i Reynoldsovo naprezanje  $\tau_{ij}^R$  je prenisko, što može uzrokovati nefizikalno odvajanje graničnog sloja.

Problem se može spriječiti korisničkom intervencijom na računskoj mreži, primjerice povećanim razmakom računskih točaka u lateralnom smjeru (smjeru okomitom na smjer strujanja, ali paralelnim sa stijenkom) tako da barem jedna dimenzija računske ćelije bude veća od debljine graničnog sloja  $\delta$ , ali takva intervencija implicira poznavanje nestacionarnog rješenja unaprijed. Osim toga, mreža opet može postati prefina nakon adaptacije mreže, ili nakon sukcesivnog proglašavanja mreže u svrhu procjene numeričke nesigurnosti simulacije.

Problem deficita turbulentne viskoznosti nazvan je MSD (eng. *Modeled-Stress Depletion*), a nefizikalno odvajanje graničnog sloja GIS (eng. *Grid-Induced Separation*). Menter [84] je predložio rješenje problema prerane aktivacije DES limitera korištenjem  $F_1$  i  $F_2$  težinskih funkcija SST  $k$ - $\omega$  modela. Kao što težinske funkcije spriječavaju aktivaciju  $k$ - $\varepsilon$  grane SST modela, tako onemogućavaju aktivaciju DES limitatora unutar

priljubljenog graničnog sloja.

$$F_{\text{des}} = \max \left( \frac{L_t}{C_{\text{des}} \Delta_{\text{max}}} (1 - F_{\text{SST}}), 1 \right), \quad \text{uz} \quad F_{\text{SST}} = 0, F_1, F_2 \quad (4.52)$$

$F_{\text{SST}} = 0$  vraća originalnu formulaciju bez zaštite graničnog sloja (4.51). Funkcija  $F_2$  pruža jaču zaštitu graničnog sloja te je zbog toga preferencijalni izbor. Zaštita graničnog sloja nije apsolutna, ali smanjuje opasnost od prerane aktivacije LES grane za red veličine. Preporuka je da lokalna maksimalna dimenzija računске ćelije na površini čvrste stijenke ne bude manja od 10% debljine graničnog sloja na istoj poziciji.

Kasnije je predložena općenitija metoda zaštite graničnog sloja, neovisna o osnovnom RANS modelu [85]. Zaštitna funkcija  $f_d$  formulirana je po uzoru na  $F_2$  (4.22) SST modela:

$$f_d = 1 - \tanh [(8r_d)^3] \quad (4.53)$$

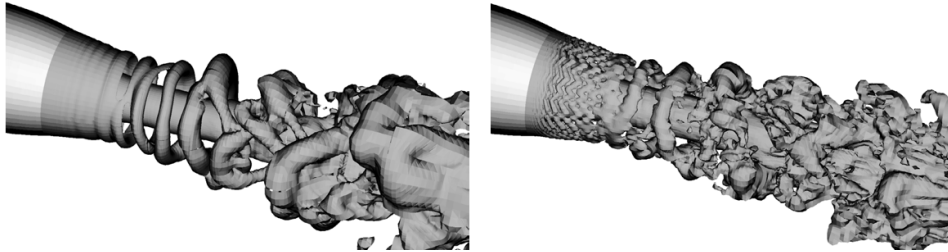
gdje je

$$r_d = \frac{\mu + \mu_t}{\rho \kappa^2 d_w^2 \sqrt{\frac{\partial V_i}{\partial x_j} \frac{\partial V_i}{\partial x_j}}} \quad (4.54)$$

Varijanta DES-a sa zaštitom graničnog sloja prema gornjem izrazu obično se u literaturi naziva DDES (od eng. *Delayed DES*). I SST bazirani DES može se zaštititi  $f_d$  funkcijom na način:

$$F_{\text{des}} = \max \left( \frac{L_t}{C_{\text{des}} \Delta_{\text{max}}} (1 - F_{\text{SST}}), 1 \right), \quad \text{uz} \quad F_{\text{SST}} = 0, F_1, F_2, 1 - f_d \quad (4.55)$$

Nedovoljno brz razvoj LES sadržaja u separiranom toku može biti značajan problem DES simulacije. Granični sloj nakon separacije i aktivacije LES grane modela još ne sadrži riješene turbulentne fluktuacije. Brz nastanak turbulentnih fluktuacija (LES sadržaja) koči računska mreža koja obično nema dovoljnu rezoluciju za pravi LES na prijelazu iz RANS u LES područje te visoka turbulentna viskoznost s kojom fluid napušta RANS područje. Simulacija nije niti RANS niti LES te se ovo područje nedefiniranog modeliranja naziva “sivom zonom” (eng. *“gray area”*). Veličina sive zone ovisi o intenzitetu separiranog strujanja. Kod intenzivne i nagle separacije domet sive zone nije velik, međutim kod slabe separacije kod koje se tok polako odvaja od stijenke, razmjer sive zone može biti značajan. Problem sive zone rješava se obično proglašavanjem mreže [22]. Kao mogućnost smanjenja utjecaja sive zone razmatraju se modifikacije u



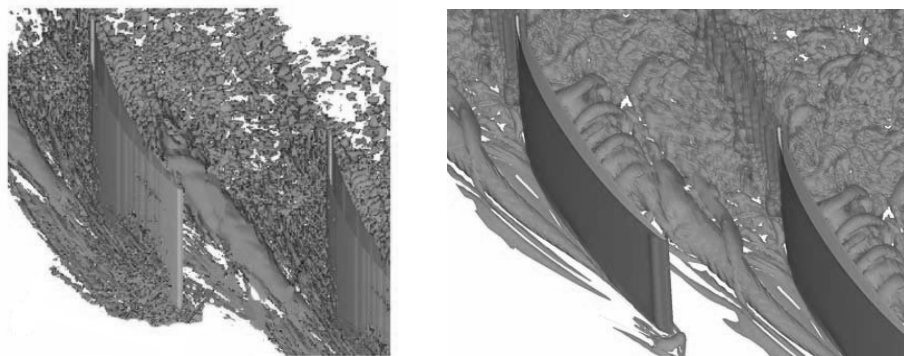
**Slika 4.19** – Problem sporog rasta LES sadržaja. Vizualizacija DES simulacije turbulentnog mlaza sa standardnom DES supstitucijom duljinske skale (lijevo) i sa dodatnim supstitucijama (desno), slika preuzeta iz [24]

RANS modelima kojima bi se znatno brže smanjivala turbulentna viskoznost u tranziciji iz RANS u LES područje. Razmatrane modifikacije uključuju dodatne supstitucije DES duljinske skale i u drugim članovima jednadžbi RANS modela turbulencije [24, 72]. Na slici 4.19 prikazan je razvoj turbulentnih struktura u mlazu, uz primjenu standardne DES supstitucije i uz primjenu dodatnih supstitucija u modelu turbulencije.

Ovisnost DES simulacije o temeljnom RANS modelu dolazi do izražaja kod strujanja kod kojih separacija strujanja započinje na glatkim stijenkama pod utjecajem nepovoljnog pozitivnog gradijenta tlaka. Rezultati DES simulacije tada ovise o uspješnosti RANS modela u predviđanju mjesta odvajanja. Tu je moguće ubrojiti i uspješnost RANS modela u predviđanju tranzicije iz laminarnog u turbulentni granični sloj. S druge strane, kod strujanja kod kojih je separacija toka izazvana geometrijskim obilježjima, primjerice ostrim bridovima, rezultati DES simulacije su gotovo indiferentni u odnosu na temeljni RANS model turbulencije.

Iako problemi RANS modela turbulencije nisu, striktno govoreći, problem DES-a, loši rezultati temeljnog RANS modela turbulencije u predviđanju početka separacije toka dovode do nesigurnosti te umanjuju povjerenje u rezultate DES simulacije, što je osobito izraženo kod unutarnjih strujanja u strujnim aparatima turbostrojeva [86].

Neki od primjera uspješnih validacijskih i aplikacijskih simulacija unutrašnjih strujanja uz pomoć DES pristupa jesu strujanje u otvorenoj šupljini [87, 88], strujanje u vrtložnom plameniku [89, 90], strujanje i prijelaz topline u orebrenim kanalima u mirovanju i u rotaciji [91, 92, 93], strujanje u ventilima i cilindrima klipnog motora [94, 95] te centrifugalno-vrtložnoj turbopumpi [96]. U simulaciji strujne rešetke aksijalnog kompresora s rasporedom između vrha rotorske lopatice i kućišta [25] uspješno



**Slika 4.20** – Turbulentne strukture u strujnoj rešetki aksijalnog kompresora, lijevo LES, desno DES, preuzeto iz [25]

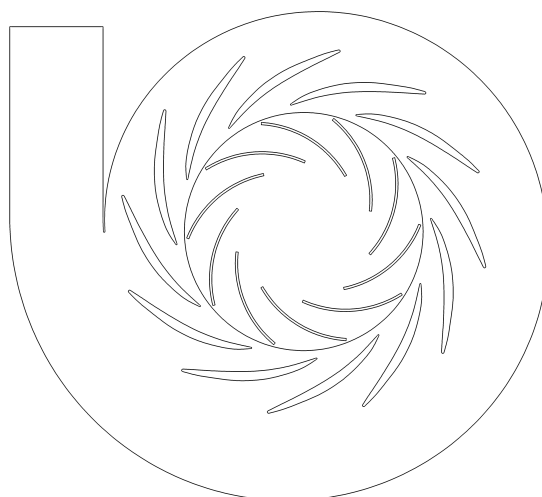
su razriješene turbulentne strukture nastale uslijed prestrujavanja u rasporu pri vrhu lopatice na vrlo finoj mreži, usporedivo s LES simulacijom. Na grubljoj mreži strujanje u rasporu ostalo je posve utopljeno u RANS području te nije došlo do razvoja LES sadržaja

Mnogobrojna validacijska istraživanja potvrdila su da je DES adekvatan okvir za točno predviđanje nestacionarnih strujnih pojava u strujanjima s izrazitom separacijom toka. DES jasno i nedvosmisleno pokazuje bolje rezultate u odnosu na URANS, uz usporedive računalne zahtjeve. Računalni zahtjevi DES-a jesu značajno niži nego u slučaju tradicionalnog LES-a, ali su ipak značajni zbog potrebe pune 3D nestacionarne simulacije.

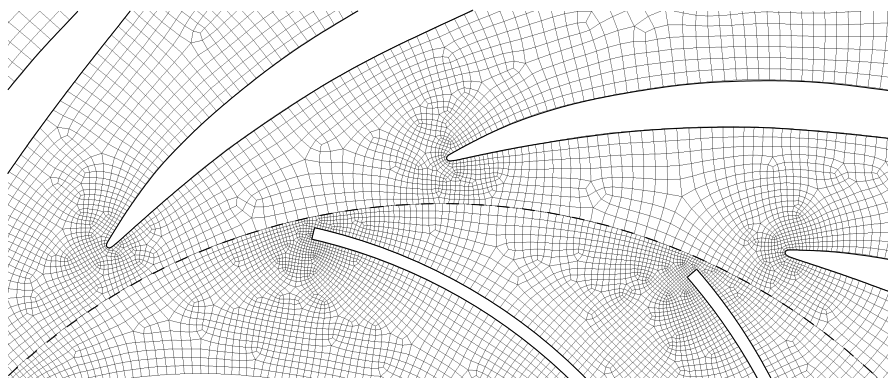
## 4.7. Uzajamno rotacijsko gibanje

Relativno gibanje uzrokuje tranzijentne i periodičke interakcije između rotirajućih i nepomičnih dijelova turbostrojeva (slika 4.21). Primjerice, nailazak međulopatičnog rotorskog kanala na jezičac spiralnog kućišta ili lopaticu statora uzrokuje prilagodbu polja brzine i polja tlaka unutar kanala koja se mijenja kako rotorski kanal promiče pokraj prepreke. Prolazno međudjelovanje posljedica je tlačnih valova koji se šire u uzvodnom i nizvodnom smjeru te vrtložnih tragova koji sa uzvodnih dijelova djeluju na strujanje nizvodno.

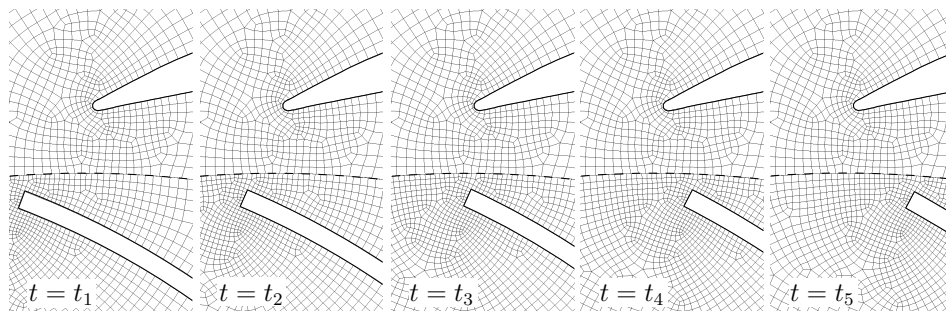
Modeliranje relativnog gibanje može se izvesti na dva načina:



**Slika 4.21** – U cetrifugalnom turbostroju sa lopatičnim difuzorom (statorom) i spiralnim kućištem javljaju se nestacionarne interakcije između pomičnih i nepomičnih dijelova



**Slika 4.22** – Pomična (dolje) i nepomična (gore) mreža te “klizno” sučelje na površini kontakta. Nekonformna računaska mreža na suprotnim stranama sučelja.



**Slika 4.23** – Pomicanjem mreže u vremenskim koracima modelira se nestacionarna interakcija između pomičnih i nepomičnih dijelova

- Višestruki referentni sustavi. Transportne jednadžbe fluida koje vrijede u inercijalnom koordinatnom sustavu mogu se transformirati za neinercijalni koordinatni sustav. Dijelovi domene rješavanja koji sadrže pomične granice (čvrste stjenke) vežu se u zasebne koordinatne sustave, te se u njima rješavaju transformirane jednadžbe. Na ovaj način ne mogu se simulirati tranzijentne interakcije koje nastaju uslijed relativnog gibanja između pomičnih i nepomičnih dijelova. S druge strane, na ovaj način se strujanje koje je nestacionarno u mirujućem koordinatnom sustavu ponekad može rješavati kao stacionarno u pomičnom koordinatnom sustavu. Višestruki referentni sustavi često su korišteni u situacijama kada interakcija između pomičnih i nepomičnih dijelova nije jaka (primjerice, rotor vjetroturbine ili rotor aksijalnog ventilatora koji leži nizvodno od statorskih rešetki), ili kada se želi dobiti približno kvazistacionarno rješenje u kratkom vremenu i kod problema kod kojih interakcija nije zanemariva. Ovaj pristup se ponekad naziva i metodom “zamrznutog” rotora (eng. *frozen rotor*) čime se naglašava važnost ove metode u simulaciji turbostrojeva.
- Metoda pomične mreže (eng. *sliding mesh technique*). Kod ove metode računska mreža je particionirana na pomične i stacionarne zone, a pomični dijelovi mreže doslovno se gibaju, mijenjajući svoj relativni položaj u odnosu na nepomične. Do pomicanja mreže dolazi u diskretnim vremenskim koracima te je ova metoda isključivo nestacionarna. Kontaktna površina između pomične i stacionarne zone može biti proizvoljnog oblika ali pomicanje može biti isključivo u tangencijalnoj ravnini te od tuda dolazi naziv “klizeće” sučelje (eng. *sliding interface*). Mreža na suprotnim stranama granice nije konformna (susjedni elementi s nasuprotne



stranice ne posjeduju zajedničku stranicu) ali mora slijediti jednaki oblik (slika 4.22). Pomicanje mreže omogućuje modeliranje kontinuirane promjene položaja stacionarnih i nestacionarnih dijelova te njihovu tranzijentnu interakciju (slika 4.23).

U programskom paketu ANSYS Fluent 12, metoda pomične mreže implementirana je kao poseban slučaj općenitijeg modela dinamičke mreže koji omogućava pomicanje i deformaciju diskretnih elemenata mreže te kruto i deformabilno pomicanje granica (stijenki). Kod metode pomične mreže, mreža se pomiče poput krutog tijela te nema promjene oblika i volumena elemenata. Gibanje pomičnih i nepomičnih zona prati se u stacionarnom (inercijalnom) koordinatnom sustavu, čime se olakšava proračun tokova na kontaktnoj površini.

## 4.8. Metoda konačnih volumena

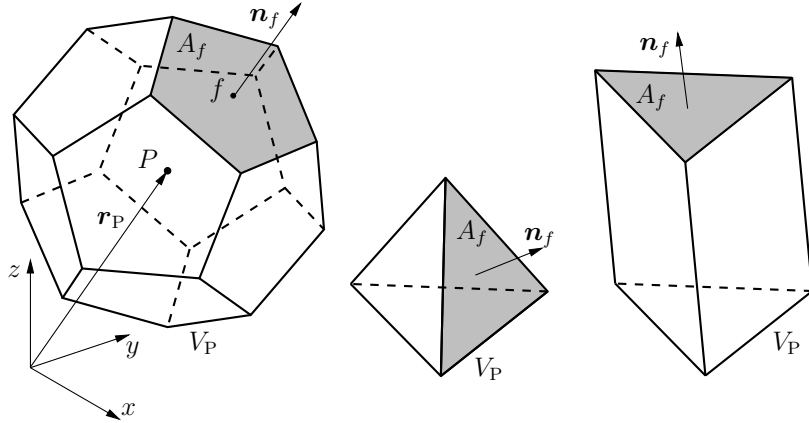
Postupkom diskretizacije pretvara se diferencijalna jednačba u sustav algebarskih jednačbi. Rješavanjem takvog sustava jednačbi dobiva se približno numeričko rješenje polazišne diferencijalne jednačbe u prethodno definiranim prostornim i vremenskim točkama. Postupak se sastoji od diskretizacije domene rješavanja i od diskretizacije transportne jednačbe.

Diskretizacijom prostorne domene dijeli se prostor na konačan broj diskretnih kontrolnih volumena (konačnih volumena) koji čine računsku mrežu. U središtu svakog konačnog volumena leži računski točka u kojoj se računa numeričko rješenje. Diskretizacijom vremenske domene dijeli se ukupno vrijeme rješavanja u konačan broj vremenskih koraka. Diskretizacija transportne jednačbe sastoji se od integracije transportnih jednačbi na svakom konačnom volumenu, tako što se površinski i volumenski integrali aproksimiraju odgovarajućim kvadraturnim formulama [70].

Metoda konačnih volumena (skr. FV, eng. *Finite Volume*) može se primijeniti na mreže proizvoljnog i promjenjivog oblika [97], te je pogodna za složene geometrije. Metoda je potpuno konzervativna sve dok su površinski integrali za konačne volumene koji dijele istu stranicu jednaki.

Integralni oblik transportne jednačbe za intenzivno skalarno svojstvo  $\phi$  glasi:

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint_{\partial V} \rho \phi \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = \oint_{\partial V} \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\mathbf{A} + \int_V S_\phi dV \quad (4.56)$$



Slika 4.24 – Oblici poliedarskih kontrolnih volumena

Integracija se provodi po kontrolnom volumenu  $V$  koji je ograničen zatvorenom površinom  $\partial V$ . Jednadžba 4.56 za konačni volumen  $V_P$ , uz primjenu diskretnih aproksimacija za površinske i volumne integrale glasi:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V_P + \sum_{f=1}^{N_f} \rho_f \phi_f \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{A}_f = \sum_{f=1}^{N_f} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \mathbf{A}_f + S_\phi V_P \quad (4.57)$$

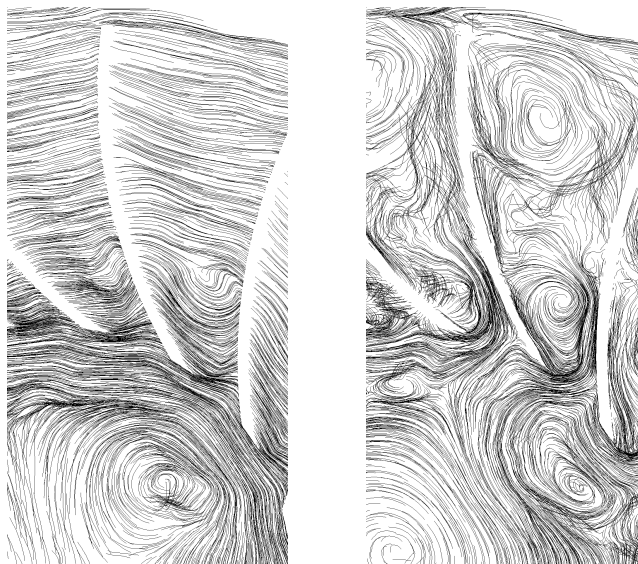
gdje je  $N_f$  broj stranica konačnog volumena,  $\phi_f$  vrijednost svojstva  $\phi$  koje se prenosi stranicom  $f$ ,  $\rho_f \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{A}_f$  maseni tok kroz stranicu  $f$ ,  $A_f$  površina stranice  $f$ ,  $\nabla \phi_f$  gradijent svojstva  $\phi$  na stranici  $f$ .

Metoda konačnih volumena ima mogućnost korištenja nestrukturiranih računskih mreža sastavljenih od proizvoljnih poliedarskih elemenata (slika 4.24). Nestrukturirane mreže i proizvoljni poliedarski oblik konačnih volumena olakšavaju diskretizaciju prostornih domena realnih inženjerskih složenih geometrija.

## 4.9. Vizualizacija velikih vrtloga

Intuitivna definicija vrtloga glasi da je vrtlog rotacijsko gibanje grupe materijalnih čestica oko zajedničkog središta. Druge definicije opisuju vrtlog pojmovima zatvorenih ili spirálnih strujnica ili putanja čestica, lokalnim minimumima polja tlaka te izopovršinama vrtložnosti.

Strujnice su krivulje čije su tangente u svakoj točki paralelene s lokalnim vektorom



**Slika 4.25** – Strujnice promatrane iz nepomičnog (apsolutnog) referentnog sustava (lijevo) i iz rotirajućeg sustava referencije rotora (desno).

brzine, a predstavljaju rješenje sustava diferencijalnih jednadžbi:

$$\frac{\partial x_1}{v_1(x_i, t)} = \frac{\partial x_2}{v_2(x_i, t)} = \frac{\partial x_3}{v_3(x_i, t)} \quad (4.58)$$

Spiralne ili zatvorene strujnice mogu se vidjeti samo iz sustava referencije koji se giba brzinom jednakom ili vrlo bliskom brzini translacije vrtloga.

Na slici (4.25) prikazane su strujnice u rotoru centrifugalnog turbostroja iz perspektive promatrača koji miruje (lijevo) te promatrača koji se giba usporedno s rotorom (desno). Strujnice u pomičnom sustavu dobivene su uvrštavanjem relativnih brzina u jednadžbu 4.58. Strujnice na desnoj slici otkrivaju vrtložne strukture kojih nema na lijevoj slici. Ova metoda je dakle nepouzdana za otkrivanje vrtloga u turbulentnom strujnom polju u kojem se vrtlozi premještaju različitim brzinama. Učinkovitost strujnica u detekciji i prikazu velikih vrtložnih struktura ovisi i o izboru polaznih točaka.

Objektivna definicija vrtloga mora zadovoljiti dva osnovna svojstva. Prvo, jezgra vrtloga mora posjedovati konačnu vrtložnost odnosno konačni iznos cirkulacije, čime su područja potencijalnog strujanja automatski isključena iz definicije vrtloga. Drugo,

geometrija vrtloga ne smije ovisiti o izboru referentnog inercijalnog koordinatnog sustava (eng. *Galilean invariant*). Pregledni prikaz objektivnih metoda za detekciju i prikaz vrtloga može se pronaći u literaturi, na primjer [98, 99].

Tenzor vrtložnosti izražava prosječnu kutnu brzinu čestice fluida. Neovisan je o translacijskoj brzini promatrača, te se čini kao prirodni kriterij detekcije vrtloga. No visoka vrtložnost javlja se i u području velike brzine deformacije, primjerice u graničnom sloju u kojemu su strujnice paralelne sa stijenkom. Zbog toga se za objektivnu definiciju vrtloga koristi dekompozicija tenzora gradijenta brzine na simetrični i antisimetrični dio (jednadžba 2.2):

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = S_{ij} + W_{ij}$$

Metode detekcije vrtloga koje se temelje na primjeni tenzora gradijenta brzine jesu, između ostalih,  $\Delta$ -kriterij,  $Q$ -kriterij te  $\lambda_2$ -kriterij.

## $\Delta$ -kriterij

Oblik strujnica u okolini neke točke, u referentnom sustavu koji se giba brzinom te točke, može se predvidjeti uz pomoć vlastitih vrijednosti (eng. *eigenvalues*) tenzora gradijenta brzine  $\nabla \mathbf{u}$ .  $\Delta$ -kriterij definira vrtlog kao područje u kojem vlastite vrijednosti tenzora gradijenta brzine poprimaju kompleksne vrijednosti. Kompleksne vlastite vrijednosti podrazumijevaju lokalne strujnice u zatvorenom ili spiralnom obliku. Vlastite vrijednosti  $\lambda$  gradijenta brzine  $\nabla \mathbf{u}$  zadovoljavaju karakterističnu jednadžbu:

$$\lambda^3 - P\lambda^2 + Q\lambda - R = 0 \quad (4.59)$$

pri čemu je  $P = \partial v_j / \partial x_j$  ( $P = 0$  za nestlačivo strujanje),  $Q = 1/2 (W_{ij}W_{ij} - S_{ij}S_{ij})$ , a  $R = \det(\partial v_i / \partial x_j)$ . Kompleksne vlastite vrijednosti pojavit će se kada diskriminanta bude pozitivna:

$$\Delta = \left( \frac{1}{3}Q \right)^3 + \left( \frac{1}{2}R \right)^2 > 0 \quad (4.60)$$

### **$Q$ -kriterij**

Slijedeća metoda za detekciju koherentnih vrtloga zasnovana na objektivnim kriterijima služi se drugom invarijantom tenzora gradijenta brzine:

$$Q = \frac{1}{2} (\|\mathbf{W}\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2) = \frac{1}{2} (W_{ij}W_{ij} - S_{ij}S_{ij}) = -\frac{1}{2} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \quad (4.61)$$

Prema [100], vrtlog je definiran kao područje prostora u kojemu je veličina  $Q$  pozitivna,

$$Q > 0 \quad (4.62)$$

uz dodatni uvjet da tlak u području mora biti niži od okolišnjeg. Fizikalno značenje  $Q$ -kriterija može se objasniti uz pomoć Poissonove jednadžbe tlaka za nestlačivi fluid [101]. Izračuna li se divergens Navier-Stokesove jednadžbe (2.8):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial v_j}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_k \partial x_k} \right] \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right] + v_k \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k} \left[ \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right] \quad (4.64)$$

Supstitucijom divergensa brzine  $\partial v_j / \partial x_j = 0$  iz jednadžbe kontinuiteta (2.7) dolazi se do Poissonove jednadžbe tlaka:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} = -2Q = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.65)$$

$$\frac{\nabla^2 p}{\rho} = 2Q \quad (4.66)$$

U Poissonovoj jednadžbi veličina  $Q$  predstavlja izvorski član. Iz definicije (4.61) slijedi da je apsolutna vrtložnost veća od brzine deformacije  $\|\mathbf{W}\|^2 > \|\mathbf{S}\|^2$  u području vrtloga. Veličina  $Q$  predstavlja mjeru lokalne ravnoteže između brzine deformacije i vrtložnosti. U neposrednoj blizini čvrste stijenke vrijednost  $Q$  iščezava, odnosno  $\|\mathbf{W}\|^2 = \|\mathbf{S}\|^2$  [102].

### **$\lambda_2$ -kriterij**

Metoda lokalnih minimuma tlaka temelji se na intuitivnom zapažanju da je gradijent tlaka s minimumom u središtu vrtloga nužan za stvaranje centripetalne akceleracije koja održava fluid u kružnom gibanju. Ova metoda daje dobre rezultate u nekim

aplikacijama, no u uvjetima strujanja u energetskim turbostrojevima nastaju razlike tlaka koje mogu biti veće od lokalnih varijacija uzrokovanih vrtlozima za više redova veličine, te je ova metoda neupotrebljiva. Nadalje, moguće je pokazati [102] da lokalni minimum polja tlaka nije niti dovoljan niti nužan uvjet postojanja vrtloga. Naime, izrazi li se gradijent Navier-Stokesove jednadžbe (2.8):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k \partial x_k} \right] \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] + v_k \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] + \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right] \left[ \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k} \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] \quad (4.68)$$

Gradijent brzine  $\partial v_i / \partial x_j$  u gornjoj jednadžbi može se rastaviti na simetrični tenzor brzine deformacije i asimetrični tenzor vrtložnosti prema (2.2):

$$\frac{D}{Dt} (S_{ij} + W_{ij}) + (S_{ik} + W_{ik})(S_{kj} + W_{kj}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k} (S_{ij} + W_{ij}) \quad (4.69)$$

Gornja jednadžba ima dimenziju tenzora gradijenta ubrzanja  $\partial a_i / \partial x_j$ , a može se rastaviti na simetrični i antisimetrični dio :

$$\underbrace{\left[ \frac{DS_{ij}}{Dt} + W_{ik}W_{kj} + S_{ik}S_{kj} \right]}_{\text{simetrični dio}} + \underbrace{\left[ \frac{DW_{ij}}{Dt} + W_{ik}S_{kj} + S_{ik}W_{kj} \right]}_{\text{antisimetrični dio}} = \underbrace{\left[ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 S_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} \right]}_{\text{simetrični dio}} + \underbrace{\left[ \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 W_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} \right]}_{\text{antisimetrični}} \quad (4.70)$$

Antisimetrični dio gradijenta Navier-Stokes jednadžbe predstavlja transportnu jednadžbu tenzora vrtložnosti. Simetrični dio predstavlja transportnu jednadžbu tenzora brzine deformacije:

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 S_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} + (W_{ik}W_{kj} + S_{ik}S_{kj}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.71)$$

Član  $\partial^2 p / \partial x_i \partial x_j$  sadrži informaciju o lokalnim ekstremima tlaka. Pojava lokalnog minimuma tlaka u ravnini okomitoj na os vrtloga zahtijeva postojanje dviju realnih i pozitivnih vlastitih vrijednosti tenzora  $\partial^2 p / \partial x_i \partial x_j$ . Nakon odbacivanja članova koji predstavljaju nestacionarnu bezvrtložnu deformaciju te učinak viskoznosti dolazi se do

kriterija identifikacije vrtloga u formi dviju negativnih vlastitih vrijednosti tenzora:

$$S_{ik}S_{kj} + W_{ik}W_{kj} = \mathbf{S}^2 + \mathbf{W}^2 \quad (4.72)$$

Da egzistencija lokalnog minimuma tlaka nije niti dovoljan a niti nužan uvjet postojanja vrtloga u općem slučaju, dokazuju članovi odbačeni u jednadžbi (4.70). Lokalni ekstrem tlaka može biti uzrokovan nestacionarnim bezvrtložnim deformiranjem fluida  $DS_{ij}/Dt$ . S druge strane, lokalni minimum tlaka može izostati ako je centrifugalna sila uslijed kružnog gibanja uravnotežena viskoznim silama koje predstavlja drugi odbačeni član.

Vrtlog je definiran kao povezano područje fluida u kojem  $\mathbf{S}^2 + \mathbf{W}^2$  posjeduje dvije negativne vlastite vrijednosti. Tenzor  $\mathbf{S}^2 + \mathbf{W}^2$  je simetričan te ima samo realne vlastite vrijednosti. Ako su poredane po veličini kao  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$  dovoljan uvjet za definiciju vrtloga postaje:

$$\lambda_2 < 0 \quad (4.73)$$

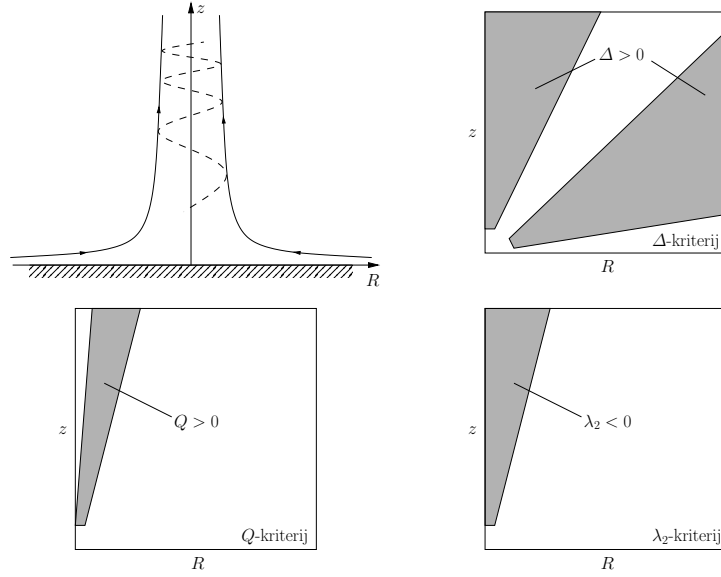
Poveznica između  $Q$  i  $\lambda_2$  kriterija slijedi iz jednadžbi (4.61) i (4.72):

$$Q = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial v_j}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right] = -\frac{1}{2} \text{tr} (\mathbf{S}^2 + \mathbf{W}^2) = -\frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \quad (4.74)$$

## Komparacija različitih kriterija za detekciju i prikaz vrtloga

Iscrpna usporedba rezultata [102] različitih metoda detekcije i prikaza na većem broju karakterističnih primjera pokazuje da se najbolji rezultati postižu primjenom metode druge najveće vlastite vrijednosti ( $\lambda_2$ -kriterij) te metode druge invarijante ( $Q$ -kriterija). U primjeru analitičkog modela vrtložnog mlaza s izvorom aksijalne količine gibanja i cirkulacije u ishodištu koordinatnog sustava (slika 4.26),  $\lambda_2$ -kriterij točno je detektirao područje vrtloga.  $Q$ -kriterij ispravno detektira vanjski rub vrtloga, a glavna razlika javlja se upravo upravo u jezgri vrtloga u kojoj čestice rotiraju slično čvrstom tijelu. Prilikom vizualizacije obično se promatra samo vanjsko područje vrtloga tako da ovaj nedostatak ne predstavlja prepreku primjeni  $Q$ -kriterija.  $\Delta$ -kriterij rezultira prikazom nefizikalnog rezultata sa dvije razdvojene koaksijalne vrtložne jezgre. Dodatni uvjet koji se postavlja kod  $Q$ -kriterija, lokalni minimum tlaka, automatski je zadovoljen u svim ispitivanim primjerima.  $\Delta$ -kriterij na dotičnom primjeru rezultira nefizikalnim rješenjem označavajući dva odvojena koaksijalna stožasta područja kao vrtloge.

Kada se kriteriji za detekciju vrtloga testiraju nad podacima iz DNS simulacija,  $\lambda_2$ -



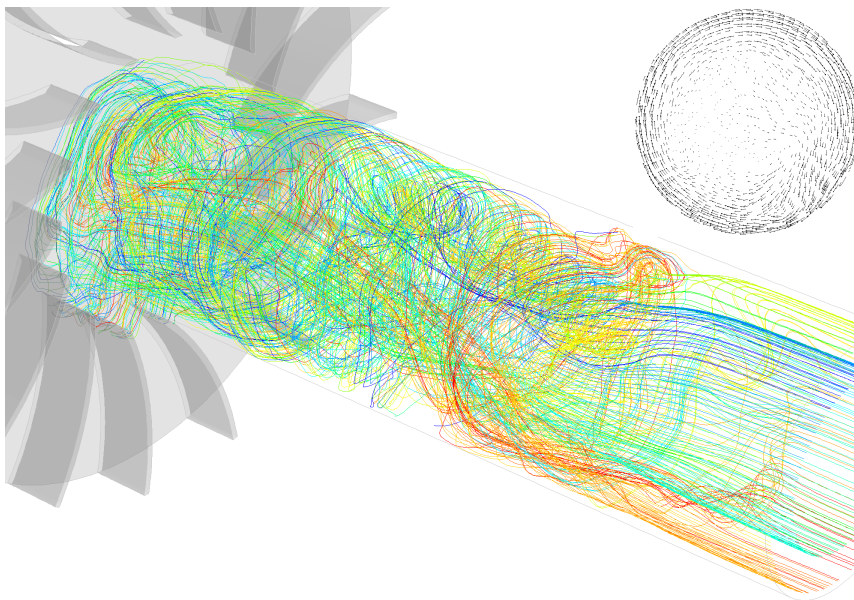
**Slika 4.26** – Usporedba  $\Delta$ -,  $Q$ - i  $\lambda_2$ -kriterija na primjeru rotacijski simetričnog vrtložnog mlaza [102]. Osjenčano područje predstavlja vrtlog prema odgovarajućem kriteriju.

i  $Q$ -kriteriji daju vrlo slične rezultate. Veće odstupanje rezultata  $Q$ -kriterija može se očekivati kod vrtloga izloženih jakoj vanjskoj deformaciji. Kod  $\Delta$ -kriterija pokazuje se tendencija da vrijednost  $\Delta$  bude blago pozitivna i izvan jezgre vrtloga što rezultira difuznim rezultatima s dosta šuma te ga čini manje adakvatnim izborom.

Nedostatak  $\lambda_2$ -kriterija je potreba za računanjem vlastitih vrijednosti tenzora  $\mathbf{S}^2 + \mathbf{W}^2$ , što ga čini manje prikladnim za implementaciju od  $Q$ -kriterija. Pregled analitičkih i računalnih metoda za rješavanje simetričnog problema svojstvenih vrijednosti tenzora drugog reda može se pronaći u literaturi, npr. [103]. Vlastite vrijednosti  $\lambda$  tenzora  $\mathbf{S}^2 + \mathbf{W}^2$  zadovoljavaju karakterističnu jednadžbu:

$$\lambda^3 - a\lambda^2 + b\lambda - c = 0 \quad (4.75)$$





**Slika 4.27** – Prikaz vrtložnih struktura uz pomoć strujnica u nepomičnom koordinatnom sustavu. Strujnice su proizvoljno obojane radi lakše identifikacije i praćenja.

pri čemu pomoćne varijable iznose:

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}^2 + \mathbf{W}^2 \quad (4.76)$$

$$a = \text{tr } \mathbf{B} = B_{kk} = S_{jk}S_{jk} - W_{jk}W_{jk} \quad (4.77)$$

$$b = \frac{1}{2} [(\text{tr } \mathbf{B})^2 - \text{tr } \mathbf{B}^2] = \frac{1}{2} [(B_{kk})^2 - B_{jk}B_{kj}] \quad (4.78)$$

$$c = \det \mathbf{B} = \varepsilon_{jkm} B_{1j} B_{2k} B_{3m} \quad (4.79)$$

Analitičko rješenje jednadžbe (4.75) može se izračunati uz pomoć Cardanove formule:

$$\lambda_k = \frac{1}{3} \left( a + 2\sqrt{a^2 - 3b} \cos \frac{\beta + 2\pi(k-1)}{3} \right), \quad k = 1, 2, 3 \quad (4.80)$$

$$\beta = \arccos \frac{2a^3 - 9ab + 27c}{2(a^2 - 3b)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.81)$$

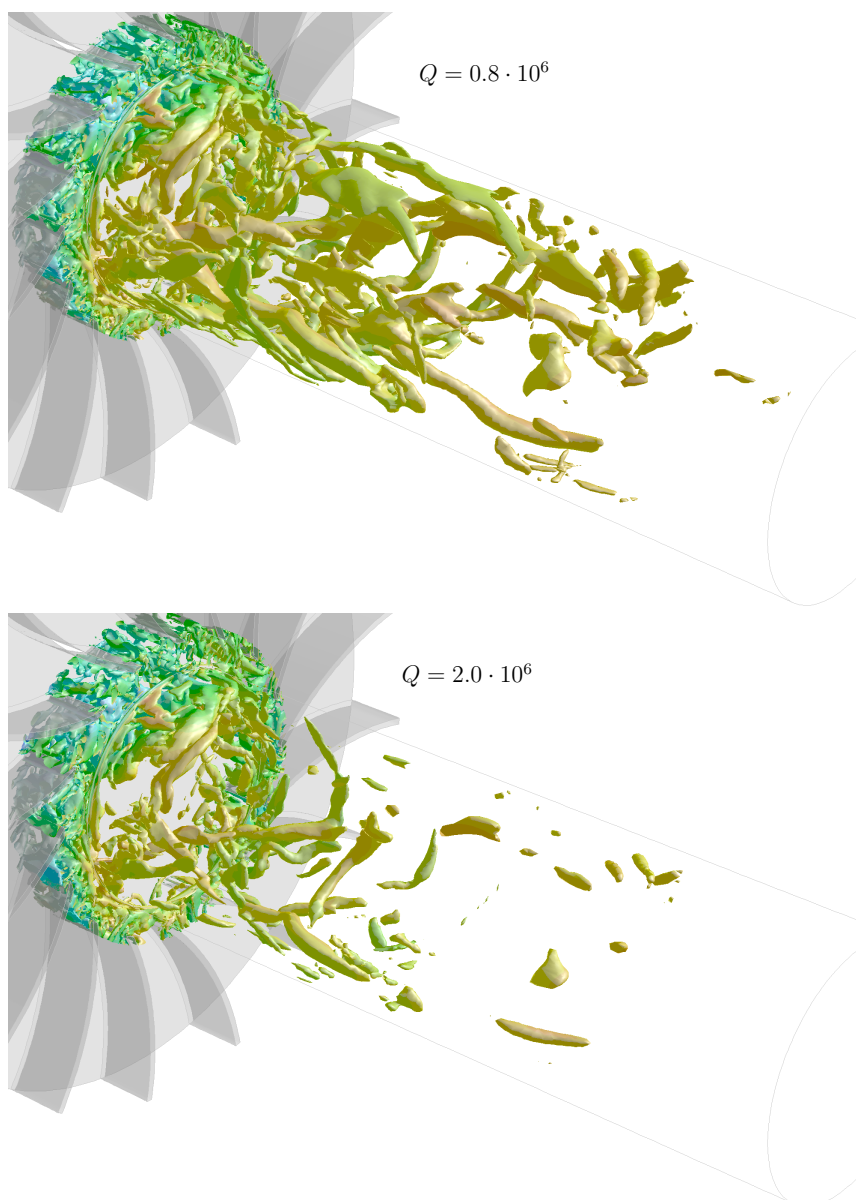
$Q$ -kriterij je relativno jednostavan za implementaciju. U programskom paketu "FLUENT" se  $Q$ -kriterij može definirati kao korisnički definirano polje, korištenjem jednostavnih aritmetičkih operacija nad raspoloživim poljima apsolutne brzine

deformacije i apsolutne vrtložnosti:

$$q\_criterion = 0.5 * (vorticity\_mag^2 - strain\_rate\_mag^2) \quad (4.82)$$

Izopovršine skalarne veličine  $Q$  omogućavaju vizualizaciju geometrije vrtložnih struktura u trodimenzionalnom prostoru. Prikaz ovisi o numeričkoj vrijednosti veličine  $Q$  te je potrebno prilikom korištenja odabrati vrijednost koja daje optimalne rezultate, uzimajući u obzir da veća vrijednost odgovara snažnijoj rotaciji.

Na slici (4.28) prikazane su dvije izopovršine veličine  $Q$ , a razlika u prikazu posljedica je različitih numeričkih vrijednosti veličine  $Q$ . Identično strujanje prikazano je trenutnim strujnicama na slici (4.27). Oblik i položaj strujnica pokazuju a vektori trenutnih brzina potvrđuju da strujanjem dominira vrtlog koji rotira u smjeru kazaljke na satu, a čija se os podudara s osi cijevi. Dominantni vrtlog se ne opaža na prikazu uz pomoć izopovršina  $Q$ -kriterija jer su odabrane numeričke vrijednosti previsoke. Izopovršine prikazuju mnogo detaljniju strukturu koja se sastoji od mnoštva "malih" turbulentnih vrtloga, koje pak strujnice ne uspijevaju prikazati.



**Slika 4.28** – Prikaz vrtložnih struktura uz pomoć izopovršina  $Q$ -kriterija. Prikazano je isto strujanje kao na sl. 4.27. Gornja slika prikazuje izopovršine  $Q = 0.8 \cdot 10^6$ , donja slika  $Q = 2.0 \cdot 10^6$ . Izopovršine su obojane konturama tangencijalne brzine.

#### 4.10. Verifikacija i validacija računalne simulacije turbulentnog strujanja

U kontekstu računalnih simulacija turbulentnih strujanja susreću se pojmovi pogreške i nesigurnosti rezultata. U dokumentu [104], pogreška je definirana kao svaka *prepoznatljiva* manjkavost u bilo kojoj fazi (uključivo rezultatima) ili aktivnosti računalne simulacije, a koja *nije* posljedica *nedovoljnih saznanja*. Nesigurnost je pak definirana kao *moгуća* (*potencijalna*) manjkavost u bilo kojoj fazi ili aktivnosti računalne simulacije, a koja *jeste* posljedica *nedovoljnih saznanja* [105].

Prema definiciji, pogrešku je moguće prepoznati i ustanoviti ispitivanjem. Izvori pogrešaka numeričke simulacije, definirane na gornji način, mogu biti:

- **Numeričke pogreške** posljedica su razlike između polaznih diferencijalnih jednadžbi i diskretiziranih jednadžbi koje se rješavaju. Dije se na pogreške zaokruživanja, pogreške iterativne konvergencije te diskretizacijske pogreške.

Do pogreške zaokruživanja dolazi jer se realni brojevi u računalu predstavljaju konačnim brojem značajnih znamenki. Beskonačni kontinuum realnih brojeva nadomješta se konačnim brojem diskretnih vrijednosti koje se mogu zapisati zadanim brojem znamenki. Veće pogreške zaokruživanja mogu se izbjeći pažljivim programiranjem te nisu u domeni korisnika softvera.

Do numeričkog rješenja diskretiziranih jednadžbi strujanja dolazi se iterativnim postupcima. Razlika između trenutnog rješenja i konačnog rješenja smanjuje se u svakoj iteraciji konvergentnog iterativnog postupka. Postupak rješavanja se prekida kada je trenutno rješenje dovoljno blisko krajnjem rješenju. Prestala razlika čini numeričku pogrešku iterativne konvergencije. Konvergencija rješenja propisuje se dopuštenim maksimalnim normaliziranim globalnim vrijednostima reziduala jednadžbi kontinuiteta, količine gibanja te turbulentnih veličina.

Kontinuirane diferencijalne jednadžbe strujanja u računalnoj reprezentaciji zamjenjuju se algebarskim jednadžbama na diskretnoj prostorno-vremenskoj računskoj mreži. Diskretizacija jednadžbi je postupak sličan razvoju članova jednadžbi u Taylorov red, kod kojeg se odbacuju svi članovi višeg reda. Pogreška diskretizacije nastaje zbog zanemarivanja doprinosa članova višeg reda. Pogreška se smanjuje smanjivanjem prostornog i vremenskog koraka računске mreže.

- **Korisničke pogreške** posljedica su nedovoljnog znanja i iskustva korisnika te

nepravilne upotrebe računalnih programa za simulaciju strujanja. Mogućnost pojave korisničkih pogrešaka mogu se umanjiti edukacijom korisnika te pridržavanjem preporuka (eng. *Best Practice Guidelines*, npr. [106, 107, 108, 109]) za primjenu fizikalnih modela i izvođenje numeričkih simulacija u određenom aplikacijskom području.

- **Softverske pogreške** nastaju zbog inkonzistencije između dokumentiranih jednadžbi i stvarne implementacije u programskom kodu. Najčešće nastaju zbog programskih pogrešaka ali i zbog pogrešaka u tehničkoj dokumentaciji.

U definiciji nesigurnosti numeričke simulacije naglašava se da je nesigurnost moguća ili potencijalna, što znači da manjkavost može, ali i ne mora biti prisutna. Nedostatak saznanja odnosi prije svega na nedovoljno poznavanje fizikalnih, kemijskih i drugih procesa koji čine računalni model, a zatim i nedovoljno poznavanje geometrije i rubnih uvjeta. Stoga se nesigurnosti dijele na nesigurnosti ulaznih podataka te na nesigurnosti fizikalnog modela.

- **Nesigurnosti fizikalnog modela** (modelske nesigurnosti) u računalnoj simulaciji strujanja posljedica su, prije svega, modeliranja turbulencije. Svako strujanje egzaktno je opisano Navier-Stokes jednadžbama, no zahtjevnost direktne numeričke simulacije turbulentnog strujanja u odnosu na raspoložive računalne resurse i vrijeme izvođenja simulacije uvjetuje korištenje empirijskih modela turbulencije. Turbulencija kao fizikalna pojava nije još potpuno razumijevana a samim tim niti modeli turbulencije nisu univerzalni. Dodatno, modeli turbulencije sadrže podesive modelske konstante koje su kalibrirane za ograničenu klasu jednostavnih strujanja. Točnost modela stoga opada kod primjene na složenijim strujanjima ili strujanjima za koje modeli nisu kalibrirani i validirani.

Modelske pogreške nastaju i pojednostavljivanjem fizikalnog ili geometrijskog modela: stacionarni model umjesto nestacionarnog, 2D model umjesto stvarne 3D geometrije, pretpostavka o simetriji rješenja kod simetrične geometrije, korištenje nestlačivog modela kod stlačivog fluida i dr.

- **Ulazne nesigurnosti** posljedica su nedovoljnog poznavanja geometrije (ili pojednostavljenja geometrijskih detalja), svojstava fluida, početnih i rubnih uvjeta, odnosno neadekvatnih spoznaja o problemu koji je predmet simulacije. Točna geometrija često nije dovoljno dobro poznata: kod postojećih objekata zbog

nedostupnosti dokumentacije ili zbog odstupanja stvarne i projektne geometrije, kod razvoja prototipa geometrija još može biti nedovoljno definirana ili pak do odstupanja dolazi zbog pojednostavljenja modelirane geometrije.

Potpuni skup ulaznih rubnih uvjeta sastoji se od ulaznih profila svih transportiranih svojstava (brzine, tlaka, temperature, turbulentne kinetičke energije, intenziteta turbulencije i slično) u svakom vremenskom koraku simulacije. Profili mogu biti određeni eksperimentalnim mjerenjima ili izračunati simulacijom strujanja u uzvodnom području (npr. simulacijom potpuno razvijenog strujanja u cijevima). Najčešće ove detaljne informacije nisu poznate i zadaju se konstantne vrijednosti u cijelom ulaznom presjeku koje se ne mijenjaju u vremenu (stacionarni rubni uvjeti). U nekim slučajevima, rubovi domene mogu se pomaknuti dovoljno daleko od područja interesa tako da se utjecaj pretpostavljenih veličina u zadavanju rubnih uvjeta minimizira (odnosno omogućiti strujanju da se razvije). U ovu grupu ubrajaju se i mjerne nesigurnosti eksperimentalnih podataka koji se koriste za zadavanje rubnih uvjeta.

Svojstva materijala također unose nesigurnost u rezultate numeričke simulacije. Zbog brže konvergenције rezultat često se svojstva fluida tretiraju kao konstantna iako ona ovise u većem ili manjem opsegu o lokalnom stanju fluida (tlaku i temperaturi). Ako se pak svojstva tretiraju kao funkcije lokalnih varijabli, postavlja se pitanje nesigurnosti mjerenja kojima su ta svojstva određena. Svojstva materijala mogu biti i nepoznanice u slučaju ekstremnih tlakova ili temperatura

**Verifikacija** je postupak kvantifikacije pogrešaka CFD modela, odnosno postupak utvrđivanja u kojoj mjeri implementacija modela reprezentira konceptualnu zamisao modela. Roache [110] postupak verifikacije naziva odgovorom na pitanje da li se "jednadžbe rješavaju na dobar način".

Pogreška diskretizacije najčešće se kvantificira sustavnim profinjavanjem računske mreže i vremenskog koraka. Cilj profinjavanja je monotona redukcija diskretizacijske pogreške na odabranim veličinama od značaja za rezultate simulacije kao i na cijelom polju strujanja. Koriste se dvije metode, klasična Richardsonova ekstrapolacija te metoda Indeksa konvergenције (GCI, eng. *Grid Convergence Index*) [110]. Richardsonova ekstrapolacija temelji se na pretpostavci da je diskretno rješenje  $f$  moguće razviti u red po koraku računske mreže  $\Delta x$  ili po vremenskom koraku  $\Delta t$ , oblika:

$$f = f_{\Delta x=0} + g_1 \Delta x + g_2 (\Delta x)^2 + g_3 (\Delta x)^3 + \dots \quad (4.83)$$

Funkcije  $g_1, g_2, \dots$  definirane su na kontinuumu te ne ovise o diskretizaciji. Za metodu drugog reda točnosti vrijedi  $g_1 = 0$ . Pomoću dvaju rješenja drugog reda točnosti  $h_1$  i  $h_2$  dobivenih na dvjema računskim mrežama koraka  $\Delta x_1$  i  $\Delta x_2$ , moguće je izračunati  $g_2$  u računskim točkama te dobiti bolju procjenu  $f_{\Delta x=0}$ . Uvrštenjem izračunate  $g_2$ , jednadžba (4.83) može se izraziti kao:

$$f = f_{\Delta x=0} + \frac{(\Delta x_2)^2 f_2 - (\Delta x_1)^2 f_1}{(\Delta x_2)^2 - (\Delta x_1)^2} + CVR \quad (4.84)$$

gdje izraz  $CVR$  predstavlja članove višeg reda. Korištenjem omjera  $r = \Delta x_2 / \Delta x_1$  te uz odbacivanje članova višeg reda moguće je egzaktno rješenje približno izraziti putem korekcije diskretnog rješenja na finijoj mreži  $f_1$ :

$$f_{\Delta x=0} \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^2 - 1} \quad (4.85)$$

odnosno općenito za red točnosti  $p$ :

$$f_{\Delta x=0} \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1} \quad (4.86)$$

koji za konstantni omjer  $r$  iznosi:

$$p = \frac{\log \frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}}{\log r} \quad (4.87)$$

Omjer koraka mreže treba iznositi najmanje

$$r \equiv \Delta x_2 / \Delta x_1 \geq 1.1 \quad (4.88)$$

ne bi li pogreška diskretizacije nadjačala i istaknula se nad drugim vrstama numeričkih pogrešaka. Relativna pogreška  $\epsilon$  iznosi:

$$\epsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \quad (4.89)$$

Relativna pogreška ne smije se koristiti kao mjera pogreške jer ne uzima u obzir niti omjer  $r$  niti red konvergencije  $p$ , a može se učiniti proizvoljno malom uzevši  $r$  blizak jedinici.

Redna pogreška predstavlja dobru procjenu greške diskretizacije u odnosu na rješenje

$f_1$  a glasi:

$$E_1 = \frac{\epsilon}{r^p - 1} \quad (4.90)$$

Redna pogreška može se izraziti i u odnosu na rješenje  $f_2$  na grubljoj mreži. Richardsonova ekstrapolacija glasi:

$$f_{\Delta x=0} \cong f_2 + \frac{r^p (f_1 - f_2)}{r^p - 1} \quad (4.91)$$

a procijenjena redna pogreška  $E_2$  u odnosu na rješenje  $f_2$  iznosi:

$$E_2 = \frac{\epsilon r^p}{r^p - 1} \quad (4.92)$$

Richardsonova interpolacija ne vrijedi u području diskontinuiteta u rješenju ili mreže, međutim vrijedi i dalje za funkcionalne rješenja (razni integrali, primjerice sile, protoci i sl.) koji se računaju iz cijelog polja strujanja.

Osim glatkosti rješenja kao osnovne pretpostavke Richardsonove ekstrapolacije, za primjenu je nužna i dodatna pretpostavka o monotonij konvergenciji greške uslijed odbacivanja članova višeg reda u odnosu na korak mreže  $\Delta x$ . Ova dodatna pretpostavka zahtijeva da početna (gruba) mreža bude već dovoljno fina tako da se rješenje nalazi u asimptotskom području konvergencije, odnosno da profinjavanje mreže ne dovodi do kvalitativne promjene slike strujanja. Ako je mreža pregruba ova pretpostavka neće biti ispunjena.

Metoda indeksa konvergencije *GCI* (eng. *Grid Convergence Index*) [110] temelji se na generaliziranoj Richardsonovoj ekstrapolaciji diskretnih rješenja više računskih mreža različitih gustoća bez ograničenja u odnosu na omjer progušćavanja. Vrijednost indeksa *GCI* je mjera udaljenosti izračunate veličine od asimptotske vrijednosti. *GCI* naznačuje raspon u kojem će se izračunata vrijednost kretati sa daljnjim progušćivanjem mreže. Niska vrijednost *GCI* je znak da se rješenje nalazi u asimptotskom području. Svrha metode *GCI* je dvojaka: pružiti sredstvo konzistentnog komuniciranja rezultata studije utjecaja profinjavanja mreže te naznačiti interval pouzdanosti rješenja s obzirom na konvergenciju računске mreže. Pretpostavke korištenja metode indeksa *GCI* jesu glatkost rješenja, monotona konvergencija računске mreže, te da rješenje leži u asimptotskom području konvergencije.

Indeks *GCI* može se izračunati upotrebom dviju mreža različitog stupnja gustoće, no preporučuje se upotreba tri mreže zbog pouzdanog utvrđivanja reda konvergencije računске metode te provjere ležanja rješenja u asimptotskom području.



Indeks mrežne konvergencije na finoj mreži definiran je kao:

$$GCI_{\text{fine}} = \frac{F_s |\epsilon|}{r^p - 1} \quad (4.93)$$

pri čemu je  $F_s$  faktor sigurnosti. Preporuka je uzeti  $F_s = 3$  za usporedbu na dvije mreže i  $F_s = 1.25$  za usporedbu nad tri ili više mreža. Indeks mrežne konvergencije rješenja na gruboj mreži glasi:

$$GCI_{\text{coarse}} = \frac{F_s |\epsilon| r^p}{r^p - 1} \quad (4.94)$$

Pomoću dviju GCI vrijednosti izračunatih nad tri računske mreže, moguće je provjeriti da li rješenje na svakoj mreži leži u asimptotskom području konvergencije rješenja. Odnos između indeksa konvergencije asimptotskih rješenja treba iznositi:

$$GCI_{32} = r^p GCI_{21} \quad (4.95)$$

Procedura za proračun GCI indeksa s detaljnim izrazima, koja vrijedi za različite omjere  $r_{32} \neq r_{21}$ , dana je u uredničkoj preporuci časopisa *Journal of Fluids Engineering* [111].

**Validacija** je postupak kvantifikacije nesigurnosti CFD modela, odnosno postupak utvrđivanja u kojoj mjeri model reprezentira realnu fizikalnu pojavu, odnosno pojavu "u stvarnom svijetu". Roache [110] postupak verifikacije naziva odgovorom na pitanje da li se "rješavaju dobre jednačbe".

Ulaznu nesigurnost moguće je procijeniti analizom osjetljivosti koja se sastoji od izvođenja višestrukih simulacija s promjenjivim ulaznim parametrima koji se mijenjaju u rasponu definiranom njihovom srednjom vrijednošću te očekivanom funkcijom razdiobe. Rezultati takvih simulacija mogu poslužiti da se ustanovi donja i gornja granica nesigurnosti rezultata u funkciji nesigurnosti ulaznih podataka.

Nesigurnost modela moguće je procijeniti izvođenjem simulacija s promjenjivim konstantama modela, ili s različitim modelima. Konačni test validnosti CFD modela je usporedba njegovih rezultata s eksperimentalnim podacima. Preduvjeti kvantitativne eksperimentalne validacije CFD modela jesu kvantitativna procjena diskretizacijske i ostalih numeričkih pogrešaka, kvantitativna procjena ulazne nesigurnosti te poznavanje mjerne nesigurnosti eksperimentalnih podataka.

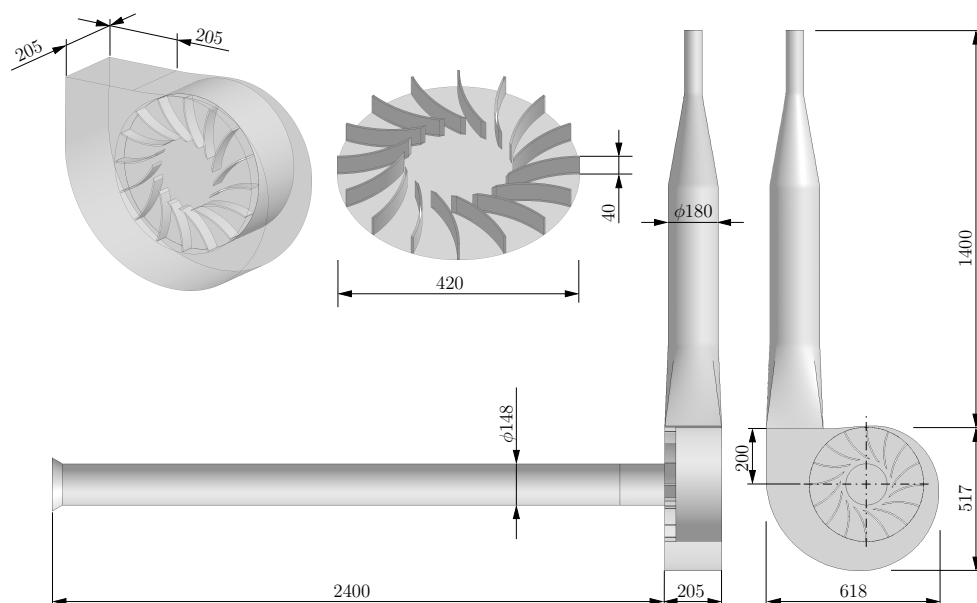
### 4.11. Računska mreža numeričkog modela

U računalnoj simulaciji turbulentnog strujanja, računska mreža ima dvije glavne funkcije. Računskom mrežom definirana je prije svega geometrija, odnosno fizikalni oblik i dimenzije modeliranog sustava. Slijedeća funkcija računske mreže jeste u diskretizaciji domene rješavanja, koja zajedno s diskretiziranim jednadžbama matematičkog modela čini numerički model sustava koji je moguće simulirati računalom. Zahtjevi koji se postavljaju na računsku mrežu proizlaze iz te dvije funkcije. Geometrija računske mreže, uz nužna pojednostavljenja, treba što bolje preslikavati geometriju fizičkog objekta koji se modelira. Razina detalja modelirane geometrije snažno utječe na složenost, vrijeme izrade i na konačnu veličinu računske mreže odnosno broj diskretnih elemenata mreže. Računalni resursi za izvođenje simulacije direktno su proporcionalni veličini računske mreže.

Osim geometrije, na izradu računske mreže utječu i zahtjevi numeričkog modela u odnosu na diskretizaciju domene rješavanja. Numeričko rješenje diskretnih jednadžbi to se više približava točnom rješenju što je broj diskretnih elemenata, odnosno čvorova mreže u kojima se traži rješenje, veći. Mreža s većim brojem elemenata rezultira, u principu, točnijim rješenjem. Sa gledišta što veće tražene točnosti uz ograničene računalne resurse, izrada i adaptacija računske mreže je iterativan proces, u kojem se lokalna gustoća mreže prilagođava rješenju tako da se gustoća mreže povećava u zonama visokih prostornih i vreneskih gradijenata rješavanih veličina. Drugim riječima, računska mreža se prilagođava rješenju. Na gustoću, raspored i oblik diskretnih elemenata računske mreže utječu još i specifični zahtjevi matematičkih modela (primjerice različita mreža koristi se kod "Low-Re" modela i modela koji koristi zidne funkcije u graničnom sloju, različita mreža kod RANS ili LES pristupa).

Geometrija računske mreže numeričkog modela u najvećem dijelu preslikava geometriju eksperimentalnog uređaja (slika 4.29). Mreža se sastoji od tri dijela:

- Prvi dio obuhvaća cijelo radno kolo te ušće usisne cijevi u radno kolo. Mreža se proteže i na završni dio usisne cijevi u kojem se manifestiraju nestacionarne strujne pojave koje su posljedica natražnog strujanja iz radnog kola. Tokom nestacionarne simulacije strujanja, ovaj dio fizički se pomiče (zakreće) u odnosu na nepomičnu mrežu, za kut  $\Delta\theta = 2\pi n\Delta t$ , u svakom vremenskom koraku. Produžetak radnog kola je dovoljne duljine da klizno sučelje između pomične i nepomične mreže ne ometa spomenute nestacionarne strujne pojave, odnosno da bude dovoljno

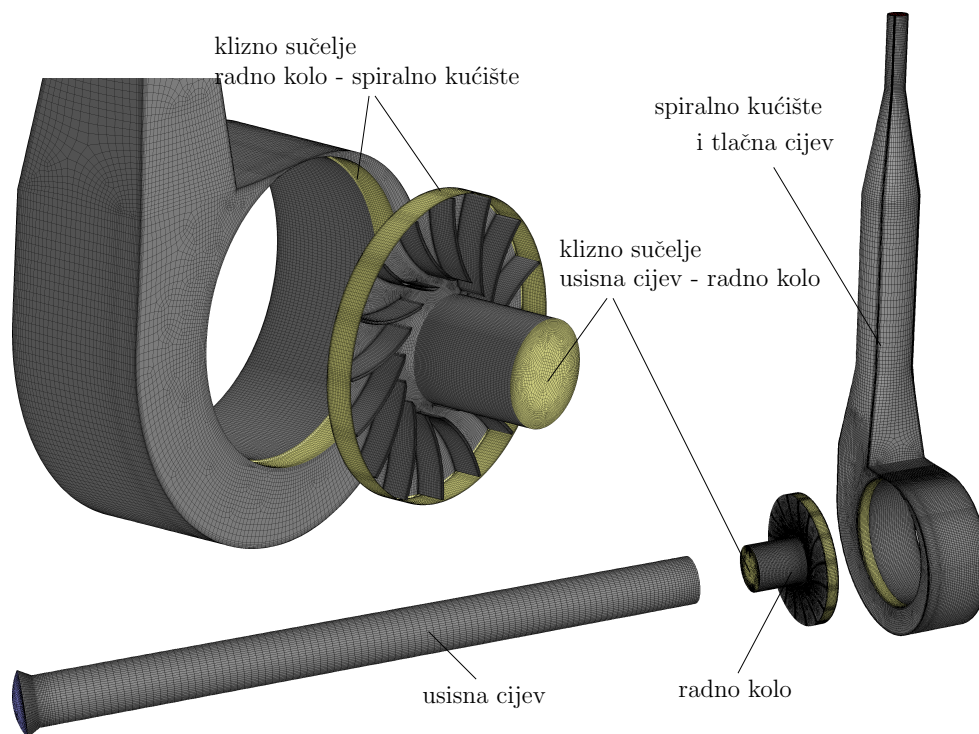


**Slika 4.29** – Geometrija računske domene centrifugalnog ventilatora

odmaknuto u područje neporemećenog strujanja u usisnoj cijevi.

- Drugi dio mreže obuhvaća spiralno kućište ventilatora, vertikalnu tlačnu cijev te izlaz. Klizno sučelje između mreže radnog kola i kućišta nešto je većeg promjera od izlaznog promjera lopatica radnog kola i sastoji se od cilindričnog i ravnog dijela koji čine oštar pravokutni brid (slika 4.30).
- Treći dio mreže obuhvaća usisnu cijev od ulaza do kliznog sučelja prema pomičnoj mreži rotora. Ulaz računske domene koincidira s ulazom u usisnu cijev eksperimentalnog ventilatora.

Prekidi u kontinuitetu računske mreže nisu poželjni u kritičnim zonama strujanja te zbog toga duljina ekstenzije mreže rotora u usisnu cijev treba obuhvatiti natražno strujanje i inducirani predvrtlog. Zbog promjenjivog dometa induciranog predvrtloga koji ovisi o protoku uvijek se koristi ekstenzija mreže rotora najmanje duljine koja zadovoljava gornji uvjet (slika 4.31), poradi minimalizacije broja elemenata računske mreže i uštede vremena računanja. Kod većih protoka duljina ekstenzije iznosi 160 mm a kod nižih protoka korišteno je više računskih mreža s duljinama ekstenzije u rasponu od



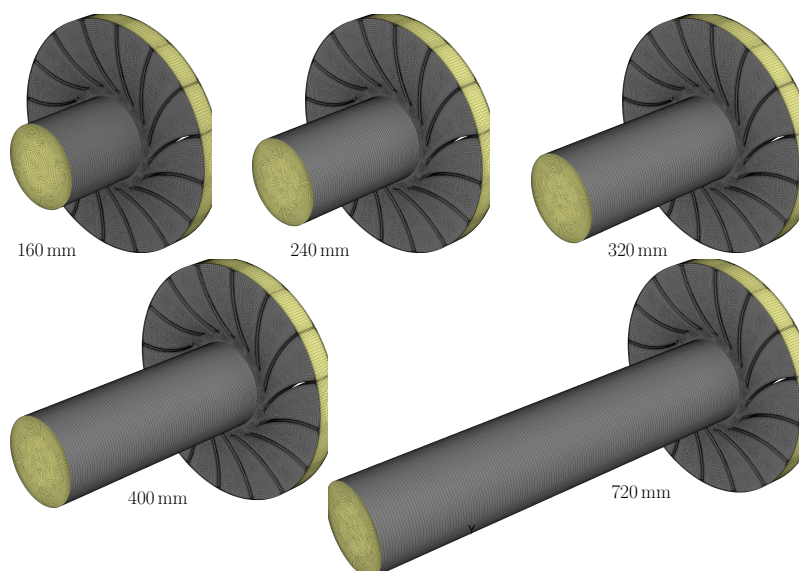
**Slika 4.30** – Gibanje radnog kola modelira se tehnikom pomične mreže. Mreža radnog kola komunicira sa stacionarnim dijelovima mreže preko dvije kontaktne površine (*sliding interfaces*)

240 do 2200 mm. Pri tome je ukupna duljina usisne cijevi održavana stalnom (2400 mm) skraćivanjem dijela mreže koji obuhvaća preostali dio usisne cijevi.

Za razliku od eksperimentalnog dijela istraživanja u kojem je ispitivana samo jedna geometrija radnog kola, numeričkoj simulaciji podvrgnute su četiri različite geometrije radnog kola.

Geometriju kućišta ventilatora nije bilo moguće dobiti iz tehničke dokumentacije te je ista rekonstruirana fotografiranjem i premjeravanjem izvedenog objekta. Usisna i tlačna cijev jednakih su promjera te približno jednake duljine u eksperimentalnom i numeričkom modelu.

Numeričkom simulacijom ispitivane su četiri različite geometrije radnog kola ventilatora (slika 4.32). Računska mreža radnog kola načinjena je prema tehničkoj dokumentaciji eksperimentalnog radnog kola [43] i potpuno je geometrijski identična



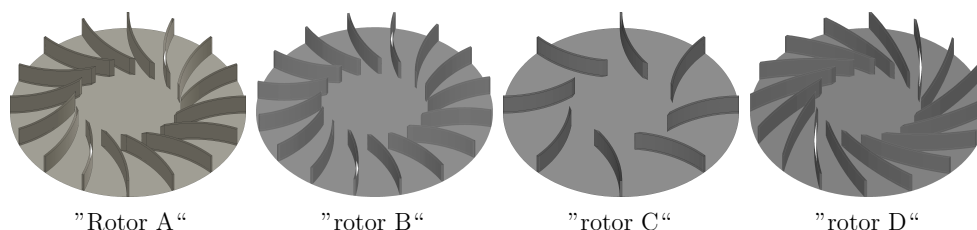
**Slika 4.31** – Adaptacija produžetka mreže radnog kola prema duljini razvijenog predvrtloga

izvedenoj geometriji.

U računskom modelu ventilatora nisu uključeni ulazni i izlazni smirivači toka. Uloga ulaznog smirivača toka jeste izjednačavanje ulaznog profila brzine te uklanjanje vrtložne komponente strujanja koja se može pojaviti na ulazu u usisnu cijev. Vrtložna komponenta može biti već prisutna u prostoru iz kojeg se usisava zrak, a koja se po zakonu o očuvanju momenta količine gibanja višestruko povećava kontrakcijom toka na ulazu u usisnu cijev. Vrtložna komponenta može se pojaviti i uslijed fizičkih zapreka u prostoru ispred ulaza u usisnu cijev, što utječe i na nastanak nejednolikog profila brzine. U numeričkoj simulaciji se jednoliki profil brzine bez vrtložne komponente zadaje

Naziv	$\beta_{g1}$	$\beta_{g2}$	$Z$	$D$ (mm)	$b$ (mm)	Opaska
"Rotor A"	25°	90°	16	410	40	osnovna geometrija, eksperiment
"Rotor B"	40°	93.5°	16			utjecaj ulaznog kuta
"Rotor C"	25°	90°	8			utjecaj broja lopatica
"Rotor D"	25°	55°	16			unazad povijene lopatice

**Tablica 4.2** – Sažetak geometrijskih obilježja simuliranih radnih kola



Slika 4.32 – Oblici ispitivanih radnih kola

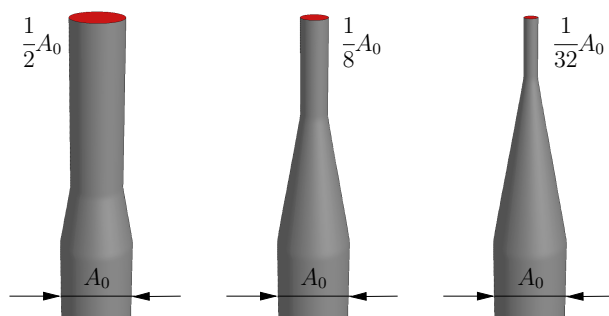
odgovarajućim rubnim uvjetima na ulazu.

Izlazni smirivač toka u eksperimentalnom modelu ima zadaću izjednačavanja profila brzine te poništenja vrtložne komponente u tlačnoj cijevi ventilatora. Vrtložno strujanje u tlačnoj cijevi remeti mjerenje statičkog tlaka. Centrifugalna sila uslijed vrtožnog strujanja dovodi do povećanja statičkog tlaka na periferiji presjeka cijevi u kojem se nalaze provrti za mjerenje. Na taj način bi se očitavao prirast statičkog a time i totalnog tlaka ostvarenog u ventilatoru koji je veći od stvarnog. U numeričkoj simulaciji statički tlak se jednostavno očitava u centru presjeka cijevi. Izostavljanjem smirivača toka iz numeričkog modela 'štedi' se značajan broj elemenata računske mreže a time i računalnih resursa nužnih za izvođenje računalne simulacije.

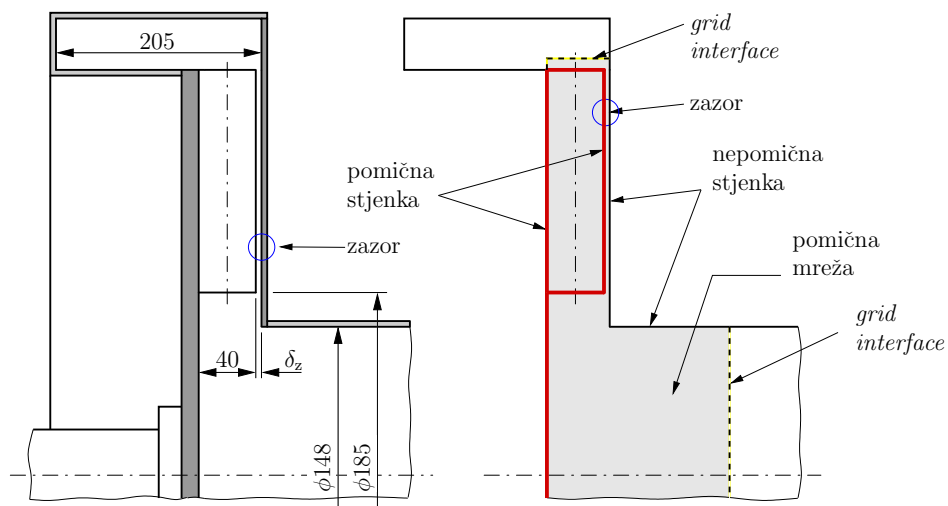
U numeričkom modelu nije uključen niti ventil za namještanje radne točke ventilatora nego je zamijenjen rubnim uvjetom *outlet vent* koji oponaša djelovanje izlaznog ventila. Ovim se rubnim uvjetom na izlazu fluida iz domene namješta tlak koji nije konstantan, već proporcionalan dinamičkom tlaku fluida, odnosno kvadratu protočne brzine:

$$p_{\text{out}} = \frac{1}{2} \rho k_v v^2 \quad (4.96)$$

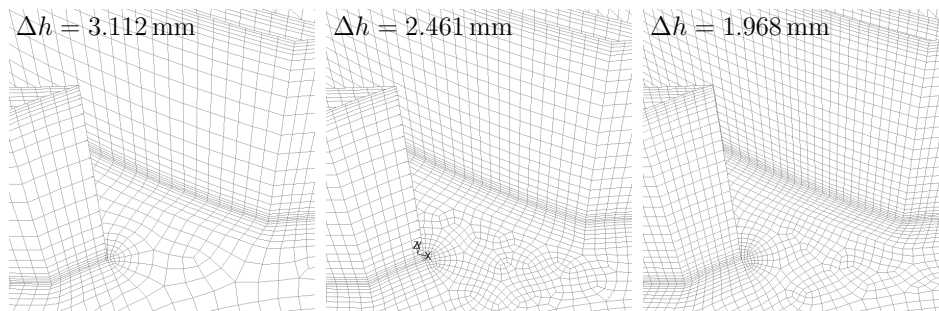
Kod ovog rubnog uvjeta može se javiti problem nefizikalnih oscilacija kod malih brzina i velikih vrijednosti koeficijenta proporcionalnosti  $k_v$ : tada mala promjena protoka dovodi do velike promjene izlaznog tlaka koji zatim u slijedećem koraku inducira veliku promjenu protoka i time još veću promjenu tlaka, sve dok se numerička simulacija ne "raspadne". Da bi se smanjila vrijednost koeficijenta proporcionalnosti kod malih protoka, potrebno je smanjiti površinu izlaznog presjeka te na taj način povećati brzinu. Stoga je na izlazu iz domene napravljeno lijevkasto suženje koje smanjuje izlazni presjek (slika 4.33). Sužavanjem izlazne geometrije i održavanjem relativno visoke brzine u izlaznom presjeku izbjegava se i pojava natražnog strujanja na izlazu. Smanjenje izlaznog presjeka opravdano je i činjenicom da se kod stvarnog izlaznog regulacijskog



**Slika 4.33** – Suženje promjera tlačne cijevi na izlazu iz domene, za tri područja protoka.



**Slika 4.34** – Geometrija ventilatora s aksijalnim zazorom konačnog iznosa  $\delta_z$  u fizikalnom modelu numerički je modelirana samo u kontrolnim validacijskim proračunima.



**Slika 4.35** – Sukcesivno profinjavanje računske mreže za procjenu greške diskretizacije, detalj grla međulopatičnog kanala

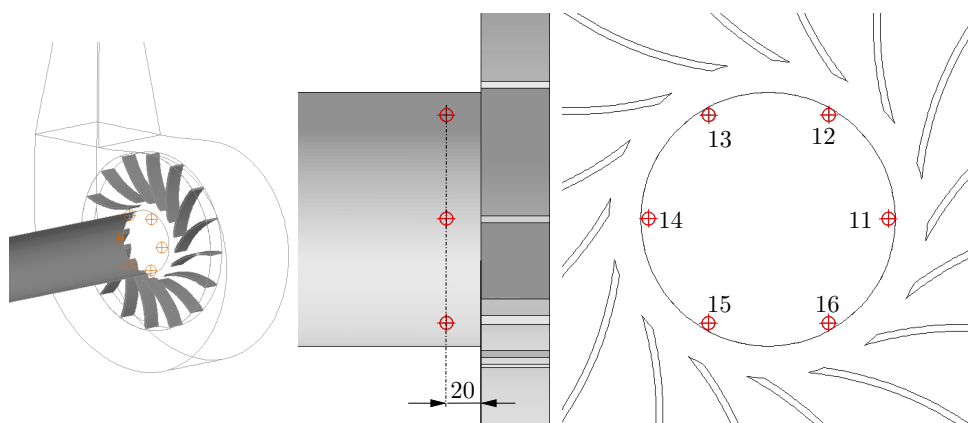
ventila strujni presjek također fizički smanjuje zatvaranjem ventila, iako je oblik izlaznog presjeka složeniji.

Simulacije su izvedene na idealiziranoj geometriji ventilatora u kojoj je zanemaren aksijalni zazor između vrhova lopatica radnog kola i prednje ploče. Tek kasnije, nakon što je primjećena značajnija razlika između rezultata fizikalnog i numeričkog modela, pristupilo se izradi kontrolne računske mreže sa zazorom  $\delta_z > 0$  (slika 4.34). Fine geometrijske detalje potrebno je modelirati sitnijim diskretnim elementima, što rezultira povećanim brojem diskretnih elemenata i povećanom rezolucijom računske mreže. S obzirom da se zazor nalazi u graničnom sloju, došlo je do prelaska na punu "Low-Re" mrežu unutar zazora što je rezultiralo dodatnim povećanjem broja elemenata. Konačna računska mreža ventilatora s aksijalnim zazorom posjeduje više nego trostruko veći broj elemenata u odnosu na osnovnu mrežu ventilatora bez zazora. Veliki broj elemenata te odgovarajući dvostruko finiji vremenski korak, povećavaju zahtjeve za računalnu zahtjevnost modela gotovo za red veličine. To je i najvažniji razlog izrade računskog modela ventilatora bez aksijalnog zazora.

Verifikacija rezultata računske simulacije izvodi se analizom istovrsnih rezultata na 3 računske mreže različitih finoća. Nije nužno da se rezultati izvode iz mreže najveće finoće. Naročito u slučajevima većih numeričkih studija poželjno je numeričke rezultate izvoditi na što grubljoj mreži. Za potrebe verifikacije izrađena je, pored osnovne, "srednje" mreže, jedna dodatna "gruba" te dvije finije ("fina" i "superfina") računska mreža radnog kola "A" na kojima je izvedena verifikacijska analiza u nekoliko protočnih točaka. Karakteristični detalj mreže s različitom veličinom koraka prikazan je na slici 4.35.



Kao i na eksperimentalnom modelu, u simulaciji se bilježe vremenski signali tlaka u točkama na kraju usisne cijevi. Signali se prate u ukupno šest točaka simetrično raspoređenih po obodu cijevi (slika 4.36). Točke su odmaknute od stijenke prema centru cijevi za 4 mm, što omogućuje praćenje i fluktuacija aksijalne i tangencijalne brzine. Provjerom je ustanovljeno da ovo odmicanje kontrolnih točaka sa oboda cijevi prema središtu ima minimalan utjecaj na signal tlaka. Moguće odstupanje eksperimentalnih i CFD vrijednosti fluktuacija tlaka ne može se pripisati tome što su u eksperimentu senzori postavljeni tangencijalno u odnosu na obod cijevi a u numeričkoj simulaciji su kontrolne točke odmaknute od stijenke. Značajnija razlika između eksperimentalnog i računskog modela proizilazi iz činjenice da se signal tlaka u računskom modelu očitava u bezdimenzijskim točkama, dok senzori u eksperimentalnom modelu imaju konačnu površinu presjeka koja odgovara promjeru od 11 mm, što nije beznačajno s obzirom na promjer usisne cijevi  $d_1 = 148$  mm.



**Slika 4.36** – Kontrolne točke na obodu usisne cijevi u kojima se prate nestacionarne fluktuacije tlaka, tangencijalne i aksijalne brzine. Točke su udaljene od površine cijevi 4 mm, dok su u eksperimentalnom uređaju senzori ugrađeni tangencijalno (eng. *flush*) u odnosu na unutarnju površinu cijevi.

Geometrija radnog kola	Zazor (mm)	Ekstenzija (mm)	Karakteristični korak mreže (mm)	Broj ćelija ( $10^6$ )	Vremenski korak ( $10^{-6}$ s)	Napomena
"Rotor A"	0.0	160	1.406	4.70	12.5	"superfina" mreža, verifikacija
		160	1.968	2.18	12.5 25.0 40.0	"fina" mreža, verifikacija
		160	3.112	1.09	12.5 25.0 40.0	"gruba" mreža, verifikacija
		160	2.461	1.60	12.5 25.0 40.0	"srednja" mreža, verifikacija
		240 320 400 720 2200	2.461	1.72 1.79 1.86 2.14 3.16	25.0	adaptacija mreže za razvijeni predvrtlog kod malih protoka
	0.0	160	2.461	1.57	25.0	cijela usisna cijev integrirana je u rotor
		240		1.68		
		320		1.75		
		480		1.90		
		720		2.10		
"Rotor B"	0.0	160	2.461	1.33	25.0	adaptacija mreže za razvijeni predvrtlog kod malih protoka
		240		1.45		
		400		1.60		
		720		1.87		
		2200		3.13		
"Rotor C"	0.0	160	2.461	1.82	25.0	adaptacija mreže za razvijeni predvrtlog kod malih protoka
		240		1.95		
		320		2.02		
		400		3.09		
		2200		3.13		
"Rotor A"	0.0	160	2.461	3.78	25.0	"Low-Re" mreža
"Rotor A"	2.0	160	2.461	4.86	25.0	modeliranje utjecaja aksijalnog zazora
"Rotor A"	4.0	160	2.461	5.42	25.0	

**Tablica 4.3** – Pregled prikaz svih varijanti računske mreže zajedno s mrežama korištenim u svrhu verifikacije i validacije rješenja

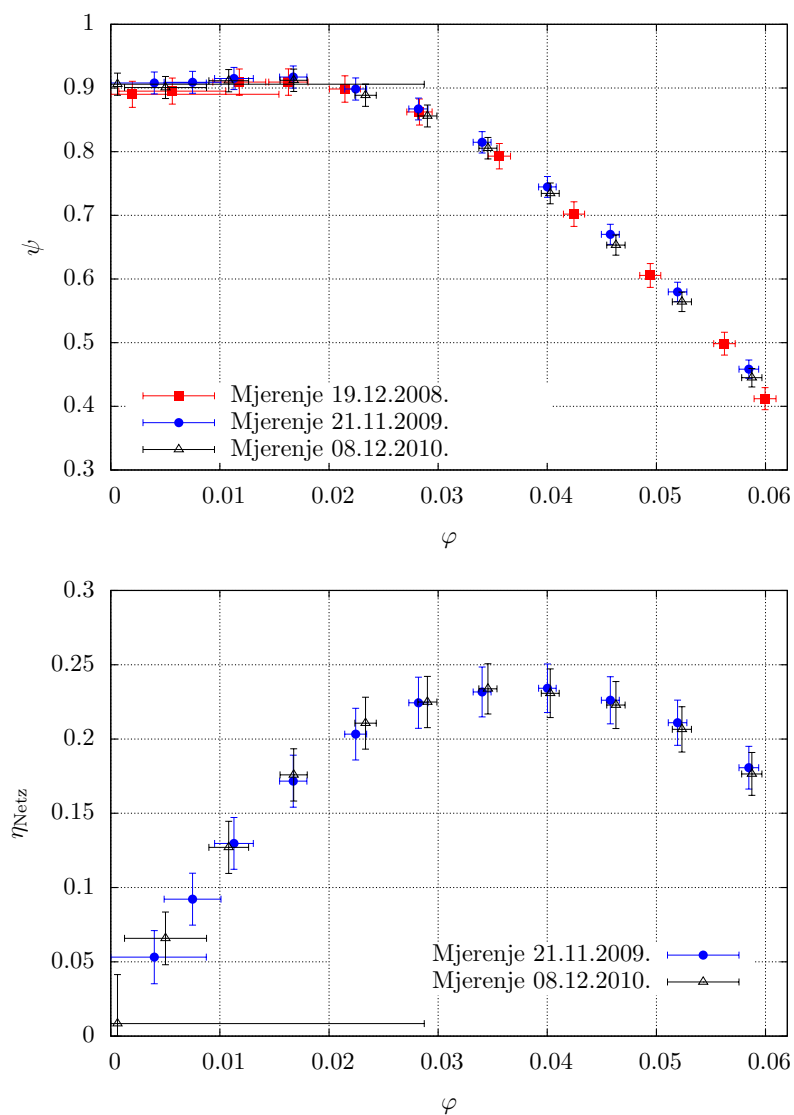
## 5 | Rezultati

### 5.1. Rezultati eksperimentalnih mjerenja

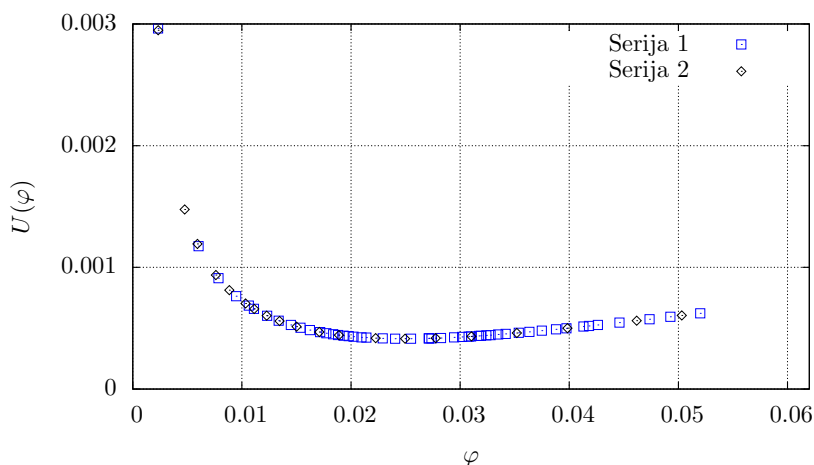
Radna karakteristika eksperimentalnog ventilatora snimljena je u tri nezavisna ponovljena mjerenja. U sva tri slučaja, neposredno prije samog mjerenja izvršena je kalibracija mjernih osjetnika tlaka. Nakon toga ventilator je pušten u pogon pri potpuno zatvorenom regulacijskom ventilu. Protok se nakon toga povećava postupnim otvaranjem ventila tako da se cijelo radno područje prolazi u 10-12 ekvidistantnih radnih točaka. Nakon uspostave i stabilizacije svake pojedine radne točke svaki mjerni instrument se višestruko očitava a očitavanja se bilježe za kasniju obradu. U kronološki prvom mjerenju nije mjerena električna snaga koju motor povlači iz mreže te stoga dijagram iskoristivosti prikazuje samo dvije serije mjerenja. Obradom podataka prema postupku danom u literaturi [112] izračunavaju se točke radne karakteristike, a za svaku točku se određuje mjerna nesigurnost u protoku i prirastu tlaka.

Rezultati mjerenja radnih karakteristika dani zbirno na dijagramu (5.1). Radna karakteristika dana je u izrazima bezdimenzionalnih koeficijenata protoka i tlaka. Time je olakšana usporedba radnih karakteristika izmjerenih ili izračunatih pri drugačijim uvjetima okoliša (gustoće i ostalih svojstava radnog medija) i brzine vrtnje.

Za svaku izmjerenu točku ucertana je mjerna nesigurnost u protoku i prirastu tlaka. U pitanju je takozvana proširena mjerna nesigurnost s faktorom pokrivanja  $p = 2$ , a vjerojatnost da izmjerena vrijednost doista leži u ucertanom intervalu iznosi 95%. Kod niskih protoka vidljiva je vrlo velika nesigurnost izmjerenog protoka koja je posljedica mjerenja vrlo niskih brzina u sapnici punog presjeka. Promjer mjerne usisne sapnice prilagođen je mjerenju punog protoka ventilatora, te je stoga brzina strujanja kod malih protoka vrlo mala. Mala brzina uvjetuje pad statičkog tlaka niži od apsolutne



**Slika 5.1** – Izmjerena radna karakteristika ventilatora s ucrtanim 95%-tnim intervalima pouzdanosti (proširena nesigurnost, *coverage factor*  $k = 2$ ). Visoka nesigurnost mjerenja malih protoka mjernom sapnicom velikog promjera. Stupanj djelovanja odnosi se na električnu snagu koju motor povlači iz mreže. Obuhvaća osim gubitaka u ventilatoru i sve električne i mehaničke gubitke elektromotora i invertera, te kao takav služi samo za orijentaciju.

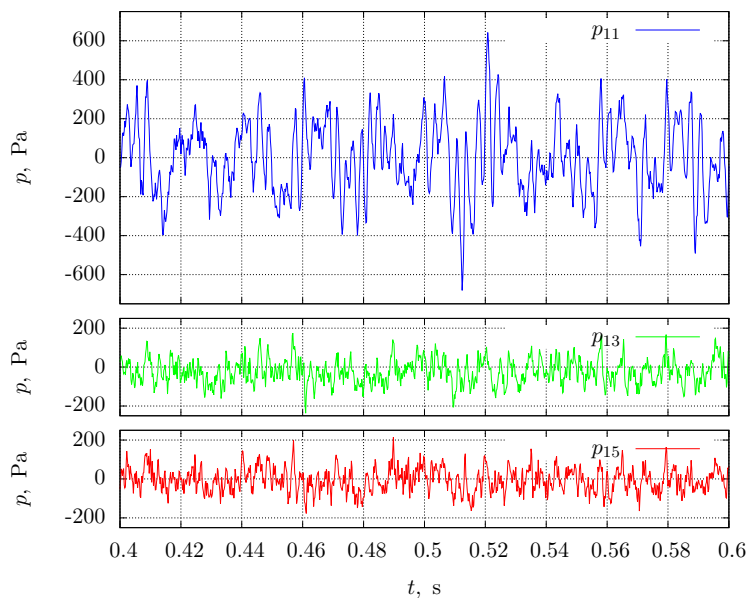


**Slika 5.2** – Proširena mjerna nesigurnost mjerenja protoka radnih točaka u kojima su snimani signali pulzacija tlaka.

nesigurnosti mjerenja tlaka u sapnici (jer je pad tlaka proporcionalan kvadratu brzine a apsolutna nesigurnost mjerenja tlaka približno neovisna o tlaku). Propagacijom mjerne nesigurnosti dolazi do apsolutne nesigurnosti protoka veće od izmjerenog protoka. Unatoč tome, uočljivo je pravilno grupiranje izmjerenih točaka jedinstvene krivulje uz minimalno raspršenje, kako u jednoj seriji mjerenja, tako i kod svih ponovljenih mjerenja, iz čega se može zaključiti da su izračunate mjerne nesigurnosti protoka pesimistički precijenjene.

Može se uočiti i znatno veća relativna nesigurnost stupnja djelovanja od relativne nesigurnosti značajke tlaka. Prirast zaustavnog tlaka, a time i značajka tlaka ponajprije ovise o očitavanju manometra “Z2”, dok je doprinos promjene kinetičke energije (dinamičkog tlaka) uslijed različitih presjeka usisne i tlačne cijevi relativno malen (izraz 3.5). Zbog toga i složena nesigurnost prirasta zaustavnog tlaka, prema pravilu o zbrajanju mjernih nesigurnosti, ovisi ponajprije o nesigurnosti mjerenja tlaka na manometru “Z2”, a u znatno manjoj mjeri o nesigurnosti mjerenja protoka. Visoka relativna nesigurnost iskoristivosti posljedica je kombinirane nesigurnosti tlaka i protoka (2.20), a bila bi još veća kada bi se uzela u obzir i nesigurnost mjerenja snage.

Iz dijagrama iskoristivosti moguće je procijeniti da optimalna radna točka ventilatora leži u području protoka  $\varphi_{\text{bep}} \approx 0.35 \div 0.40$ , na padajućem dijelu  $\varphi$ - $\psi$  ( $Q$ - $\Delta p_{\text{tot}}$ ) karakteristike. Najveći prirast zaustavnog tlaka ostvaruje se pri  $\varphi_{\text{cr}} \approx 0.16$ , što

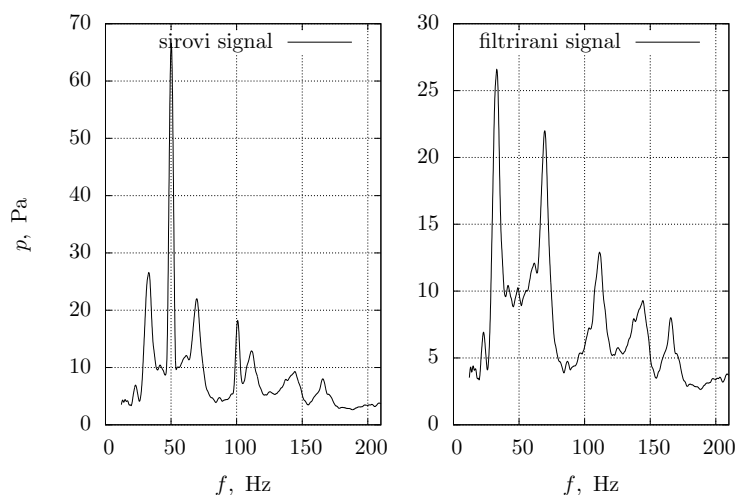


**Slika 5.3** – Vremenski uzorak signala tlaka. Pozicije točaka prikazane su na slici (3.11)

predstavlja nešto manje od polovice optimalnog protoka. Daljnjim sniženjem protoka prirast zaustavnog tlaka opada, odnosno nagib radne karakteristike je pozitivan što je indikator mogućeg nestacionarnog i nestabilnog rada stroja.

Fluktuacije tlaka u ušću usisne cijevi snimljene su u cijelom radnom području ventilatora. Snimanje je započinjalo kod otvorenog prigušnog ventila i maksimalnog protoka koji se zatim postupno smanjivao prema potpuno zatvorenom ventilu. Snimanje signala bilo je kontinuirano, a nakon svake promjene, protok se zadržavao dovoljno dugo (reda veličine 30 s) da bi se dobio statistički stabilan rezultat u frekvencijskoj domeni. Protoci i mjerne nesigurnosti mjerenja protoka u radnim točkama ventilatora u kojima su snimljeni signali fluktuacija tlaka prikazani su u dijagramu na slici (5.2). U dijagramu je vidljiva distribucija nesigurnosti mjerenja protoka mjernom usisnom sapnicom, kao i velika nesigurnost mjerenja niskih protoka sapnicom punog promjera.

Tipični uzorak signala prikazan je na slici (5.3). Signal u točki “11” posjeduje najveću amplitudu u cijelom rasponu protoka. Nakon provedene frekvencijske analize, uočeno je da dominantna komponenta signala na poziciji “11” ima frekvenciju identičnu brzini vrtnje ventilatora. Da bi se eliminirala mogućnost kontaminacije signala frekvencijom električne mreže, provedena je i druga serija mjerenja tako da su pojačala signala,



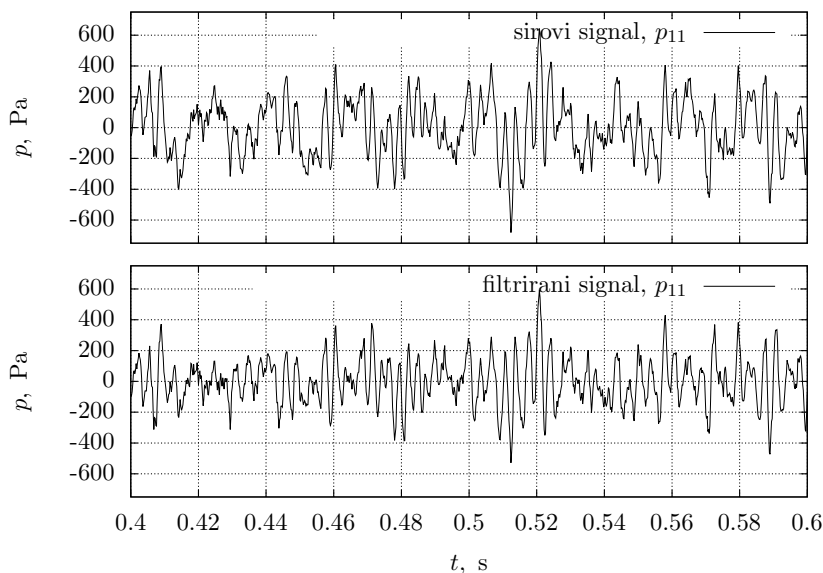
**Slika 5.4** – Filtriranje parazitske frekvencije komponente signala uslijed prisilnih vibracija usisne cijevi koje se prenose na osjetnik tlaka.

D/A konverter i računalu bili napajani iz istosmjernog izvora umjesto električne mreže. Rezultati se nisu promijenili te su kao uzrok ostale vibracije koje se s kućišta ventilatora prenose na usisnu cijev, a s cijevi na osjetnike tlaka.

Nakon što je precizno određena frekvencija i amplituda neželjene komponente signala, na računalu je generiran sintetički signal istovjetne amplitude ali obrnute faze (s faznim pomakom od  $90^\circ$ ) te je pribrojen originalnom signalu. Frekvencijska analiza potvrdila je da je neželjeni signal uklonjen (slika 5.4). Frekvencija dominantne komponente signala prije filtriranja jednaka je frekvenciji vrtnje rotora, a poslije filtriranja u signalu se ističu frekvencije rotirajućeg prekida strujanja. Na slici (5.5) prikazan je uzorak signala prije i poslije filtriranja u vremenskoj domeni u kojoj je daleko teže uočiti razliku.

Usporedba srednje RMS vrijednosti fluktuacija signala prije i poslije filtriranja dana je na slici (5.6). Usporedba pokazuje da je filtriranjem umanjen intenzitet fluktuacija na poziciji “11”, a u druge dvije točke promjene nema, odnosno signal u dotičnim točkama niti ne sadržava izrazitu komponentu na frekvenciji vrtnje rotora.

RMS vrijednosti signala pokazuju i da su fluktuacije tlaka praktično nepromijenjene od najvećih protoka sve do približno  $\varphi \approx 0.016$  što odgovara protoku  $\varphi_{cr}$  u kojem je prirast zaustavnog tlaka najveći te počinje potrućje nestabilnog rada (pozitivan nagib



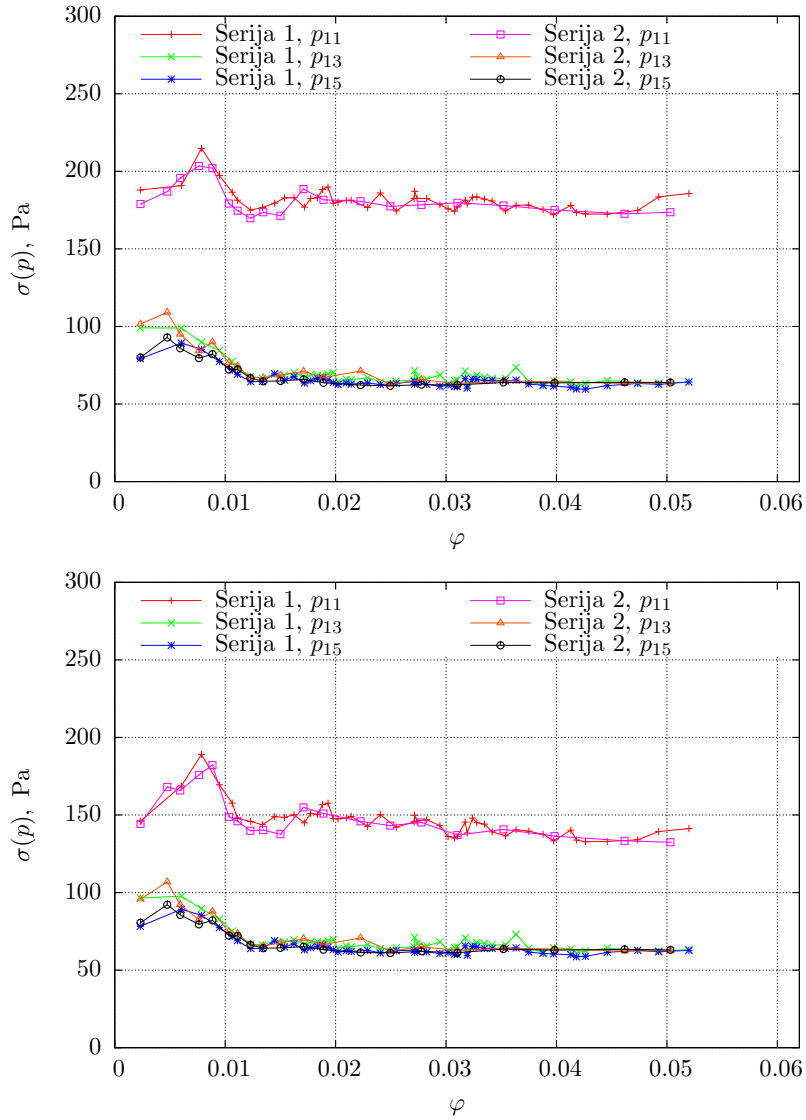
Slika 5.5 – Vremenski uzorak signala tlaka prije i poslije filtriranja

krivulje  $\varphi$ - $\psi$  karakteristike). Tek kod manjih protoka signal se počinje kvalitativno i kvantitativno mijenjati, što upućuje na početak nestacionarnih pojava.

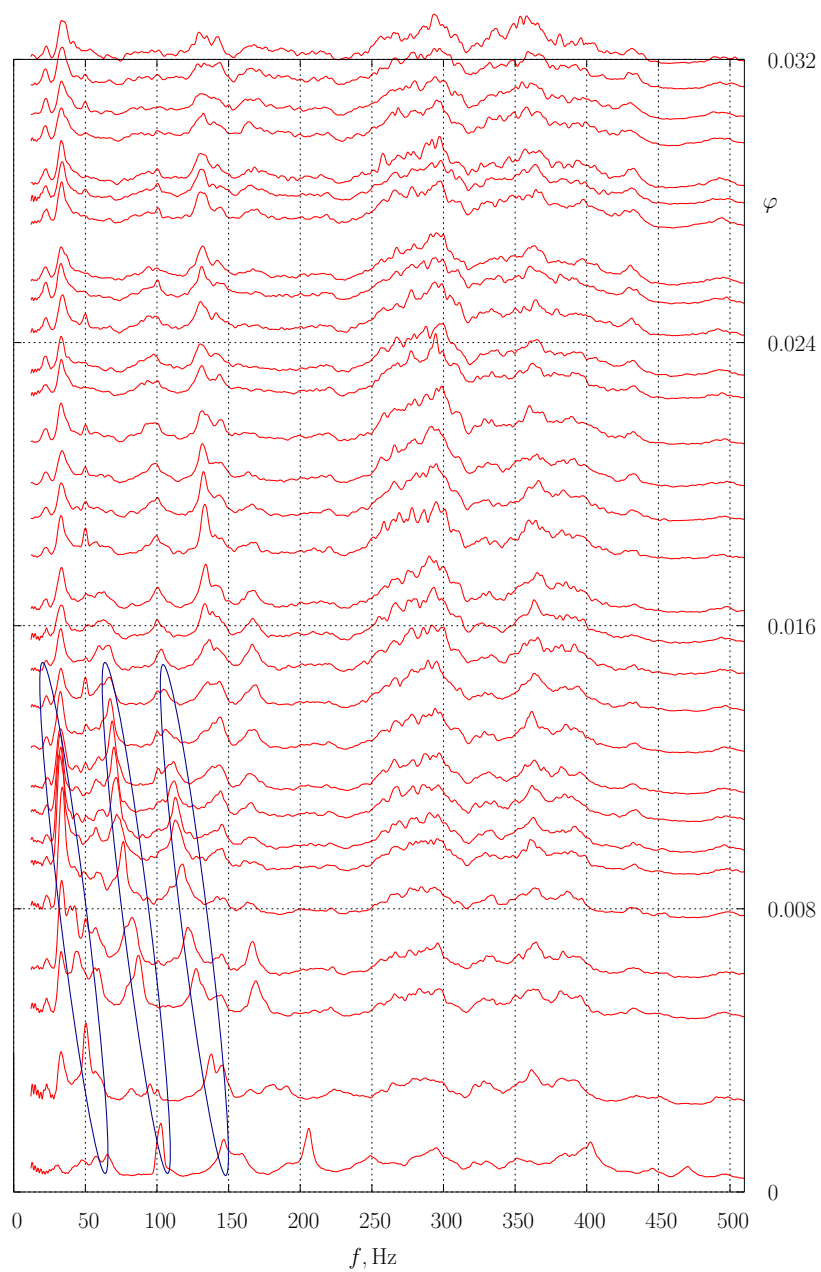
Prethodno opisano zapažanje podupire i frekventijska analiza signala sumarno prikazana u “waterfall” dijagramima (slike 5.7 i 5.8) koji prikazuju zbirne rezultate frekventijske analize signala u većem opsegu protoka. Pojava “šiljka” u dijagramu pri protocima nižim od  $\varphi < 0.012$  u području frekvencija do 50 Hz, drugog “šiljka” na točno 50 Hz većoj frekvenciji, te još jednog odmaknutog za još 50 Hz upućuje na pojavu rotirajućeg prekida točno određene frekvencije koja ovisi o protoku, ali broj ćelija je nestabilan i varira u rasponu od jedne do tri.

Nažalost, uočena kontaminacija signala na frekvenciji brzine vrtnje rotora, odnosno pogonskog elektromotora otvara pitanje u kojoj mjeri izmjereni signal odgovara fluktuacijama tlaka uzrokovanih dinamikom strujanja te koliki je utjecaj nestrujnih izvora tlačnog signala (prisilne i vlastite vibracije elemenata ventilatora i usisne cijevi). Bez detaljnijih mjernih podataka (izmjerenih na drugim lokacijama u ventilatoru, usisnoj i tlačnoj cijevi, pri drugim brojevima okretaja pogonskog motora, na istim lokacijama ali s mehanički odvojenom usisnom cijevi od kućišta ventilatora i sl.) nema niti smisla pokušavati tumačiti druge komponente signala uočljive kao frekventijski “šiljci” i pojasevi na “waterfall” dijagramima.

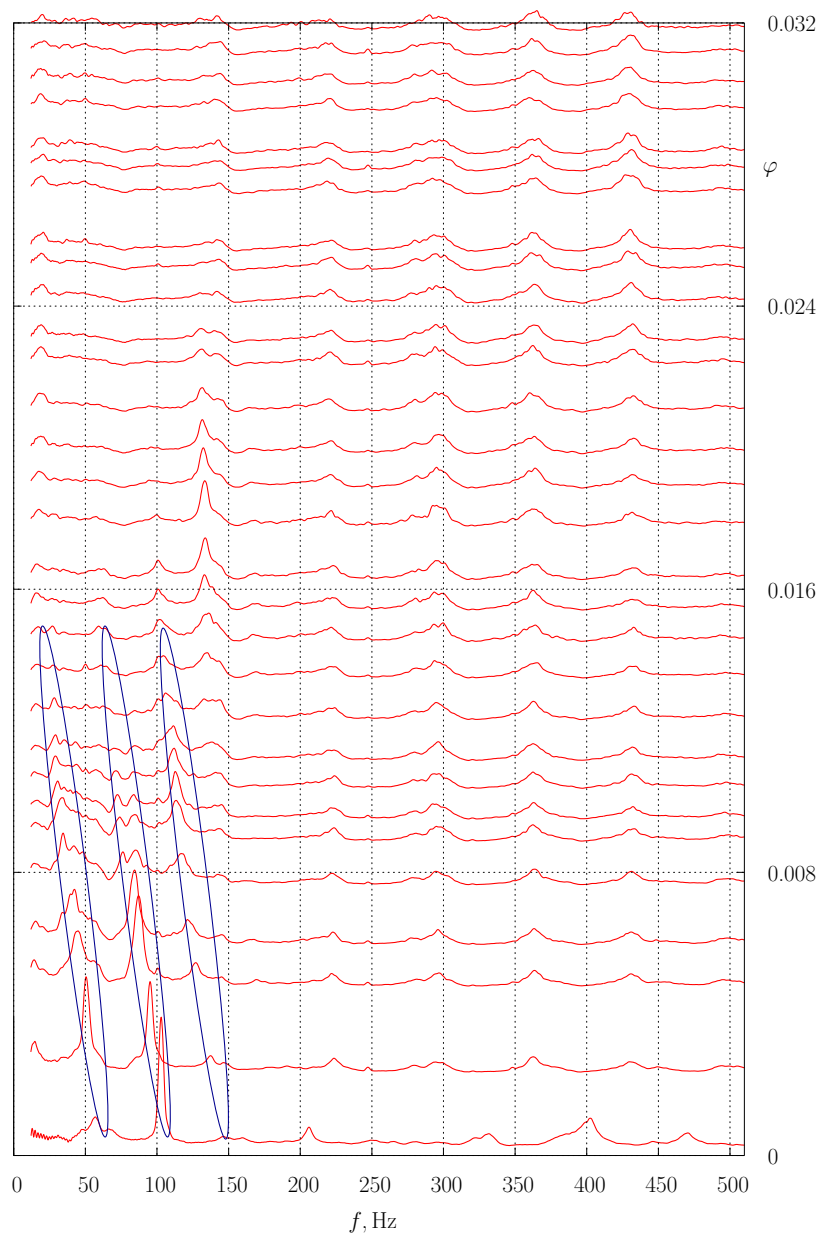




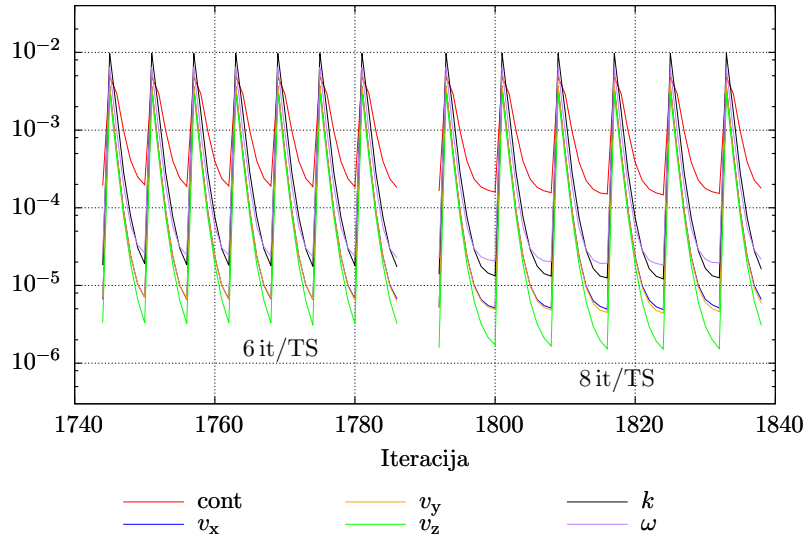
**Slika 5.6** – Intenzitet fluktuacija (RMS) signala tlaka prije i poslije filtriranja parazitske komponente.



Slika 5.7 – “Waterfall” dijagram signala u točki “11”



**Slika 5.8** – “Waterfall” dijagram signala u točki “13”



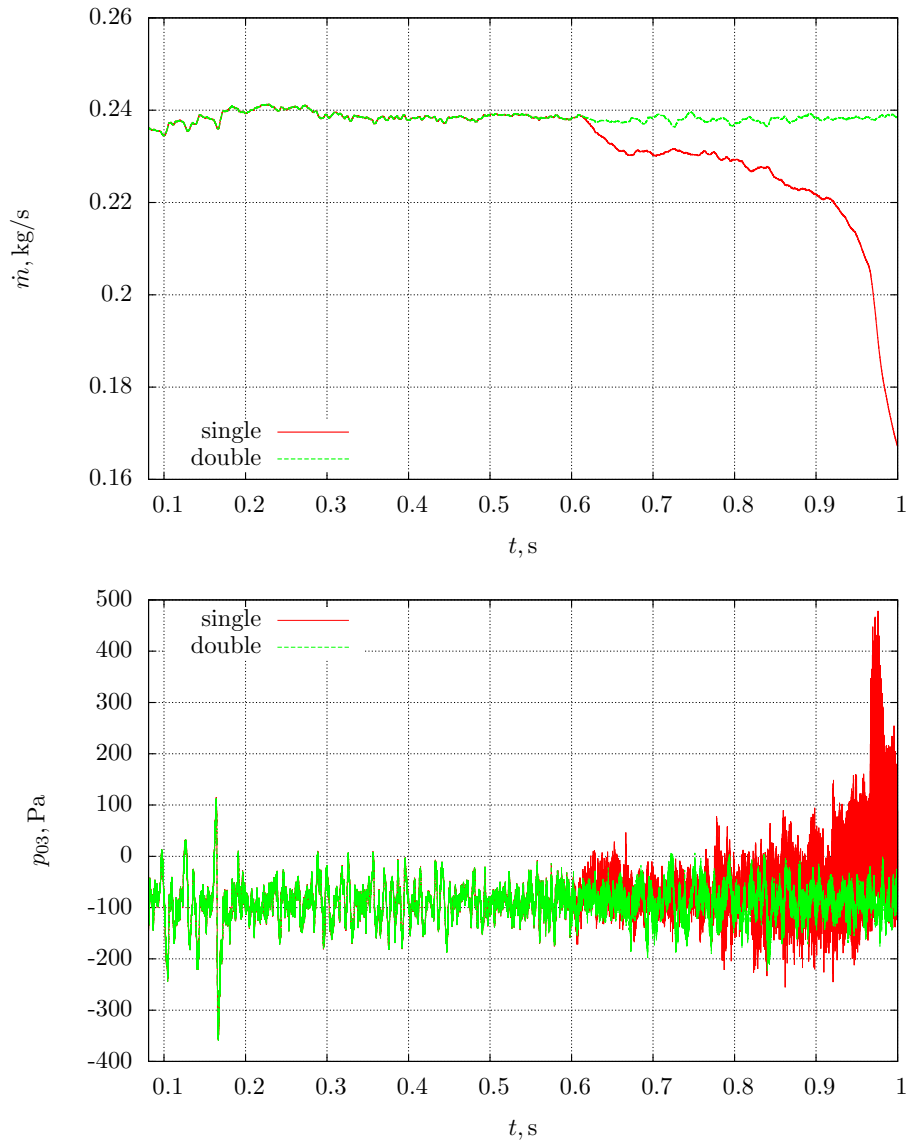
**Slika 5.9** – Usporedba reziduala nestacionarne simulacije s 6 i 8 iteracija po vremenskom koraku.

## 5.2. Verifikacija rezultata numeričke simulacije

Zadatak verifikacije je kvantifikacija numeričke pogreške rezultata numeričke simulacije, odnosno provjera “jesu li jednadžbe dobro rješene?”. Numerička pogreška sastoji se od greške iterativne konvergencije, pogreške zaokruživanja te pogreške diskretizacije.

Numerička pogreška iterativne konvergencije nastaje zbog preranog prekida iteracijskog postupka u jednom vremenskom koraku simulacije. Pogreška iterativne konvergencije obično se održava pod kontrolom promatranjem reziduala rješavanih transportnih jednadžbi. Iterativna konvergencija manifestira se ustaljenjem reziduala koji se daljnjim iteracijama više ne mijenjaju. Ustanovljeno je da se po isteku tranzijentnog perioda na početku simulacije (u trajanju cca 0.5-1 okretaja rotora), gotovo potpuna iterativna konvergencija postiže već nakon 6 iteracija (odnosno 7 u slučaju vremenskog koraka od  $40 \mu s$ ). Daljnje iteracije ne donose gotovo nikakav dobitak u smislu sniženja vrijednosti reziduala glavnih transportnih jednadžbi (slika 5.9). Iz tog razloga broj od 6 (odnosno 7) iteracija po vremenskom koraku bio održavan u svim simulacijama.

Numerička pogreška zaokruživanja nastaje zbog aproksimacije realnih brojeva



**Slika 5.10** – Devijacija rezultata simulacije u jednostrunoj preciznosti kod velikog broja vremenskih koraka; gore: maseni protok; dolje: statički tlak u točki “03”. Vremenski korak  $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-5}$  s.

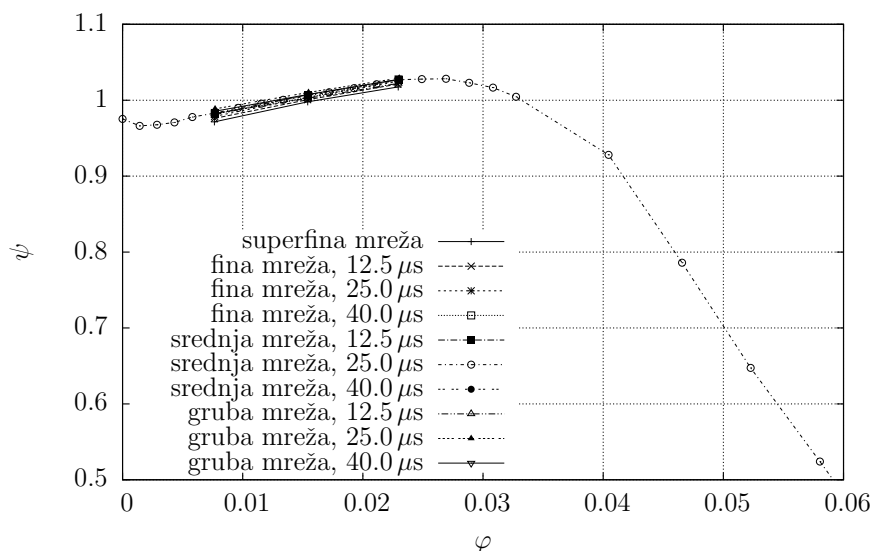
$k_L = 0.0$ $\varphi = 0.0230$	$12.5 \mu s$	$25.0 \mu s$	$40.0 \mu s$	$k_L = 1.32$ $\varphi = 0.0154$	$12.5 \mu s$	$25.0 \mu s$	$40.0 \mu s$	$k_L = 8.47$ $\varphi = 0.0077$	$12.5 \mu s$	$25.0 \mu s$	$40.0 \mu s$
1.968 mm	■	■	■	1.968 mm	■	■	■	1.968 mm	■	■	■
2.461 mm	■		■	2.461 mm	■		■	2.461 mm	■		■
3.112 mm	■	■	■	3.112 mm	■	■	■	3.112 mm	■	■	■

**Slika 5.11** – Shematski prikaz dodatnih simulacija izvedenih na finijoj i grubljoj mreži, te pri manjem i pri većem vremenskom koraku u tri različite protočne točke. Naknadno su načinjene simulacije i na “superfinoj” mreži s korakom  $\Delta h = 1.406 \text{ mm}$  pri  $\Delta t_1 = 12.5 \mu s$ .

konačnim brojem binarnih znamenki u memoriji računala. Pogreška zaokruživanja može se smanjiti korištenjem numeričkog solvera koji radi i prema podatke u dvostrukoj preciznosti. Nedostatak rada u dvostrukoj preciznosti jeste dvostruko veće zauzeće radne memorije računala te osjetno sporiji rad (reda veličine 30-40%) zbog ograničene memorijske propusnosti koja je ionako usko grlo numerički i memorijski zahtjevnih aplikacija u numeričkoj mehanici kontinuuma. Ustanovljeno je da se rezultati numeričkih simulacija u jednostrukoj i dvostrukoj preciznosti ne razlikuju bitno sve do broja od nekih 50 000 vremenskih koraka. Kod velike većine izvedenih simulacija, s vremenom simulacije od jedne sekunde i vremenskim korakom od  $2.5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ , broj vremenskih koraka iznosi približno 40 000. Kod proračuna s nižim vremenskim korakom bilo je nužno koristiti solver dvostruke preciznosti (slika 5.10).

Pogreška diskretizacije kvantificira se metodom sustavnog profinjavanja računske mreže i vremenskog koraka opisanoj u poglavlju 4.10.. U svrhu procjene pogreške diskretizacije načinjene su jedna grublja i jedna finija računska mreža (slika 4.35). Pogreška diskretizacije ocijenjena je na primjeru simulacije radnog kola “A”, u tri različite radne točke (pri tri različita protoka). U svakoj odabranoj kontrolnoj radnoj točki izvedeno je ukupno 8 dodatnih simulacija, u svim kombinacijama triju računskih mreža različitih gustoća te tri različita vremenska koraka. Shematski prikaz dodatnih kalkulacija na slici (5.11).

Gustoća mreže mijenjana je samo u dijelu koji sadrži rotor, jer je to područje od najvećeg interesa. U usisnoj cijevi odvija se mirno i stacionarno strujanje od ulaza u domenu do područja predvrtloga te gustoća mreže u ovom dijelu ima minimalni utjecaj na rezultate. Spiralno kućište i tlačna cijev imaju većeg utjecaja na globalne



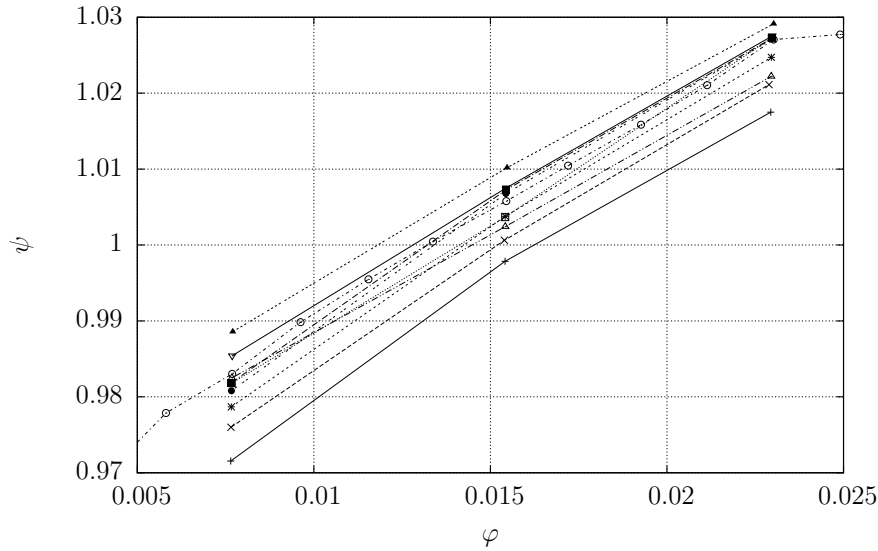
**Slika 5.12** – Utjecaj gustoće računske mreže i vremenskog koraka na radnu karakteristiku ventilatora

parametre rada ventilatora, koeficijente protoka, tlaka i snage, no sasvim mali utjecaj na fluktuacije u ulaznom dijelu rotora, tako da radi uštede računskih resursa mreža nije mijenjana u ovom dijelu. Gustoća mreže okarakterizirana je korakom računske mreže u grlu međulopatičnog kanala  $\Delta h$ .

Utjecaj gustoće mreže i vremenskog koraka na položaj izračunatih protočnih točaka u izračunatoj radnoj karakteristici ventilatora prikazan je na slici (5.12). Na slici se može uočiti gusta grupiranost točaka oko centralne krivulje. Detalj karakteristike prikazan je na slici (5.13).

Kao značajne varijable odabrane su bezdimenzijske karakteristike ventilatora (koeficijenti protoka, tlaka i snage) kao globalni integralni parametri simulacije, zatim karakteristične statističke vrijednosti signala tlaka te aksijalne i tangencijalne brzine snimanih u točkama usisne neposredno prije ulaza u rotor (slika 4.36), i na kraju karakteristične statističke vrijednosti pulzacija masenog protoka u međulopatičnom kanalu rotora. Karakteristične vrijednosti za međulopatični kanal predstavljaju srednju vrijednost svih međulopatičnih kanala rotora.

Za analizu su zanimljive vremenski promjenljivi signali tlaka i brzine u zadanim promatranim točkama. Međusobno je moguće uspoređivati statistička svojstva signala

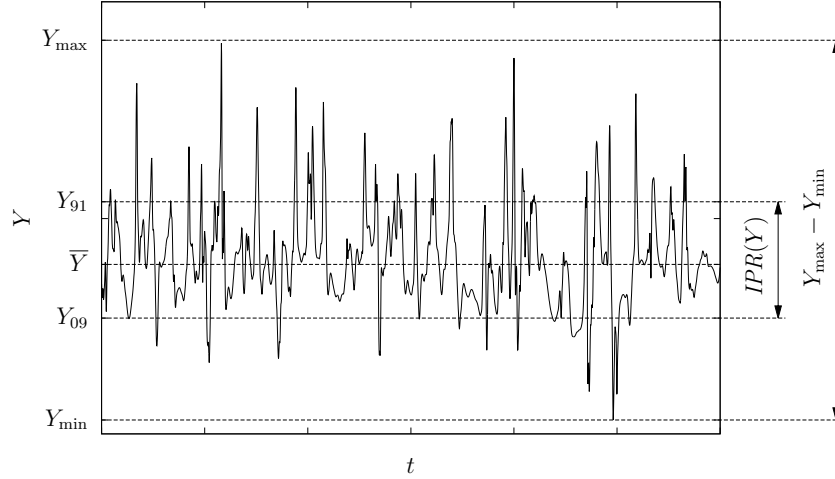


**Slika 5.13** – Utjecaj gustoće računske mreže i vremenskog koraka na radnu karakteristiku ventilatora, detalj, oznake kao na slici (5.12)

kao što je srednja vrijednost te raspon vrijednosti koje signal poprima u promatranom intervalu. U ovoj analizi uspoređuju se integralna srednja vrijednost  $\bar{Y}$  signala  $Y(t)$ , standardna devijacija  $\sigma(Y)$  (koja je jednaka efektivnoj “RMS” vrijednosti fluktuacija signala oko srednje vrijednosti  $Y(t) - \bar{Y}$ ) te tzv. interpercentilni raspon koji je definiran kao razlika između 91. i 9. percentilne vrijednosti signala  $IPR(Y) = Y_{91} - Y_{09}$ . To je središnji raspon vrijednosti koje koje signal poprima tokom 82 % vremena (slika 5.14). Interpercentilni raspon odabran je umjesto maksimalnog raspona  $Y_{\max} - Y_{\min}$  zbog statističke stabilnosti. Maksimalni raspon predstavlja razliku ekstremnih vrijednosti koje signal poprima u promatranom vremenskom intervalu, a koje mogu značajnije varirati ovisno o duljini promatranog intervala. Produženjem intervala povećava se vjerojatnost pojave ekstremnih vrijednosti koje ne odgovaraju tipičnim vrijednostima signala. Interpercentilni raspon ne uzima u obzir ekstremne vrijednosti, znatno manje varira u odnosu na izbor promatranog intervala te predstavlja realniji okvir vrijednosti koje signal poprima.

Djelomični ali reprezentativni rezultati proračuna GCI indeksa konvergencije mreže i vremenskog koraka prikazani su u tablicama (5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6). Mogu se uočiti niske vrijednosti (mala pogreška) indeksa konvergencije kod varijabli koje predstavljaju





**Slika 5.14** – Statističke značajke nestacionarne veličine  $Y$ : Vremenska srednja vrijednost  $Y_m$ , standardna devijacija  $Y_\sigma$ , minimalna  $Y_{\min}$  i maksimalna  $Y_{\max}$  vrijednost, deveti i 91. percentil  $Y_{09}$ ,  $Y_{91}$

$\Delta h_1 = 1.968 \text{ mm}$ $\Delta h_2 = 2.461 \text{ mm}$ $\Delta h_3 = 3.112 \text{ mm}$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$s$	$p$	$f_{\text{ext}}^{21}$	$\epsilon_a^{21}$	$GCI^{21}_{\text{fine}}$	$GCI^{21}_{\text{coarse}}$
$\varphi$	0.0230	0.0230	0.0230	-1	17.2184	0.0230	0.0030	0.01%	0.38%
$\psi$	1.0247	1.0271	1.0292	1	0.7590	1.0120	0.0023	1.55%	1.83%
$\lambda$	0.0526	0.0527	0.0523	-1	3.9392	0.0525	0.0030	0.27%	0.64%
$\bar{p}_{11}$	-137.9340	-136.7200	-138.7150	-1	2.1549	-139.9001	0.0088	1.78%	2.88%
$\bar{p}_{12}$	-85.0607	-85.7728	-85.2077	-1	1.0680	-82.4146	0.0084	3.89%	4.94%
$\bar{p}_{13}$	-89.9192	-89.4980	-90.0557	-1	1.2211	-91.2640	0.0047	1.87%	2.45%
$\bar{p}_{14}$	-126.7390	-124.4760	-128.2610	-1	2.2310	-130.2468	0.0179	3.46%	5.69%
$\bar{p}_{15}$	-162.0120	-158.4260	-163.6270	-1	1.6155	-170.2741	0.0221	6.37%	9.14%
$\bar{p}_{16}$	-169.5950	-166.1740	-171.1610	-1	1.6375	-177.3509	0.0202	5.72%	8.24%
$\sigma(p_{11})$	25.6553	26.0333	26.0773	1	10.2398	25.6125	0.0147	0.21%	2.05%
$\sigma(p_{12})$	26.9718	27.4068	27.9346	1	0.6178	24.0290	0.0161	13.64%	15.65%
$\sigma(p_{13})$	31.9713	32.3965	31.7652	-1	1.7167	31.0604	0.0133	3.56%	5.22%
$\sigma(p_{14})$	29.0407	28.6543	27.5923	1	4.1708	29.2922	0.0133	1.08%	2.75%
$\sigma(p_{15})$	31.3104	29.6124	28.0030	1	0.4852	46.1586	0.0542	59.28%	66.06%
$\sigma(p_{16})$	29.7097	28.9537	27.7798	1	1.6922	31.3575	0.0254	6.93%	10.11%
$IPR(p_{11})$	68.8616	68.6388	68.4731	1	1.6041	69.3793	0.0032	0.94%	1.34%
$IPR(p_{12})$	68.4434	69.7808	69.5889	-1	9.1325	68.2430	0.0195	0.37%	2.81%
$IPR(p_{13})$	82.8010	81.9186	82.6686	-1	0.7502	87.6433	0.0107	7.31%	8.64%
$IPR(p_{14})$	78.1484	73.6465	73.2199	1	11.2048	78.5509	0.0576	0.64%	7.84%
$IPR(p_{15})$	83.8838	77.7864	73.9772	1	2.4101	92.4448	0.0727	12.76%	21.84%
$IPR(p_{16})$	79.3008	76.3477	73.5661	1	0.5140	103.6000	0.0372	38.30%	42.96%
$\bar{m}_{\text{ch}}$	0.0149	0.0150	0.0150	-1	17.0924	0.0149	0.0030	0.01%	0.38%
$\sigma(\bar{m}_{\text{ch}})$	0.0088	0.0088	0.0087	1	9.0385	0.0088	0.0015	0.03%	0.22%
$IPR(\bar{m}_{\text{ch}})$	0.0243	0.0242	0.0238	1	5.7058	0.0244	0.0039	0.19%	0.68%

**Tablica 5.1** – Indeks konvergencije mreže pri  $\Delta t = 25.0 \mu\text{s}$ ), koeficijent protoka  $\varphi = 0.0230$  ( $k_v = 0.0$ )

**118** Poglavlje 5. Rezultati

$\Delta t_1 = 12.5 \mu s$ $\Delta t_2 = 25.0 \mu s$ $\Delta t_3 = 40.0 \mu s$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$s$	$p$	$f_{ext}^{21}$	$e_a^{21}$	$GCI_{fine}^{21}$	$GCI_{coarse}^{21}$
$\varphi$	0.0230	0.0230	0.0230	-1	0.4283	0.0229	0.0019	0.70%	0.94%
$\psi$	1.0272	1.0271	1.0272	-1	0.8339	1.0275	0.0002	0.03%	0.05%
$\lambda$	0.0526	0.0527	0.0528	1	0.1724	0.0517	0.0021	2.11%	2.38%
$\bar{p}_{11}$	-137.9260	-136.7200	-138.6020	-1	0.8003	-139.5526	0.0087	1.47%	2.57%
$\bar{p}_{12}$	-84.8258	-85.7728	-84.9408	-1	0.1599	-76.7439	0.0112	11.91%	13.31%
$\bar{p}_{13}$	-89.0419	-89.4980	-88.8519	-1	0.6200	-88.1923	0.0051	1.19%	1.83%
$\bar{p}_{14}$	-125.9500	-124.4760	-125.6760	-1	0.2530	-133.6401	0.0117	7.63%	9.09%
$\bar{p}_{15}$	-160.8510	-158.4260	-162.0340	-1	0.7110	-164.6586	0.0151	2.96%	4.84%
$\bar{p}_{16}$	-168.2590	-166.1740	-169.8930	-1	1.0551	-170.1933	0.0124	1.44%	2.99%
$\sigma(p_{11})$	25.1841	26.0333	26.8086	1	0.5164	23.2110	0.0337	9.79%	14.01%
$\sigma(p_{12})$	25.1591	27.4068	26.9519	-1	1.8589	24.3036	0.0893	4.25%	15.42%
$\sigma(p_{13})$	29.1907	32.3965	32.4242	1	5.1149	29.0954	0.1098	0.41%	14.14%
$\sigma(p_{14})$	26.1317	28.6543	27.4906	-1	0.9276	23.3355	0.0965	13.38%	25.44%
$\sigma(p_{15})$	27.6675	29.6124	28.8736	-1	1.1514	26.0751	0.0703	7.19%	15.98%
$\sigma(p_{16})$	27.0631	28.9537	27.8423	-1	0.6437	23.7011	0.0699	15.53%	24.26%
$IPR(p_{11})$	67.1610	68.6388	71.7254	1	2.0076	66.6718	0.0220	0.91%	3.66%
$IPR(p_{12})$	66.9162	69.7808	70.0060	1	2.5909	66.3461	0.0428	1.06%	6.42%
$IPR(p_{13})$	78.6764	81.9186	86.7725	1	1.3977	76.6933	0.0412	3.15%	8.30%
$IPR(p_{14})$	70.4939	73.6465	73.4552	-1	3.1666	70.0988	0.0447	0.70%	6.29%
$IPR(p_{15})$	73.5007	77.7864	77.2617	-1	2.4095	72.5070	0.0583	1.69%	8.98%
$IPR(p_{16})$	73.0263	76.3477	73.6125	-1	0.2390	54.5925	0.0455	31.55%	37.24%
$\bar{m}_{ch}$	0.0150	0.0150	0.0150	-1	0.4113	0.0149	0.0019	0.73%	0.97%
$\sigma(\bar{m}_{ch})$	0.0086	0.0088	0.0089	1	1.0432	0.0084	0.0214	2.52%	5.20%
$IPR(\bar{m}_{ch})$	0.0238	0.0242	0.0243	1	1.0176	0.0234	0.0175	2.13%	4.32%

**Tablica 5.2** – Indeks konvergencije vremenskog koraka na srednjoj mreži ( $\Delta h_1 = 2.461$  mm), koeficijent protoka  $\varphi = 0.0230$  ( $k_v = 0.0$ )

$\Delta h_1 = 1.968$ mm $\Delta h_2 = 2.461$ mm $\Delta h_3 = 3.112$ mm	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$s$	$p$	$f_{ext}^{21}$	$e_a^{21}$	$GCI_{fine}^{21}$	$GCI_{coarse}^{21}$
$\varphi$	0.0154	0.0154	0.0155	1	1.1933	0.0153	0.0019	0.78%	1.02%
$\psi$	1.0038	1.0058	1.0102	1	3.1843	1.0018	0.0020	0.24%	0.49%
$\lambda$	0.0392	0.0395	0.0393	-1	1.9056	0.0385	0.0083	1.95%	2.98%
$\bar{p}_{11}$	-76.0250	-69.4370	-74.8659	-1	0.8934	-105.8881	0.0867	49.10%	59.93%
$\bar{p}_{12}$	-67.7530	-61.3820	-64.2211	-1	3.7627	-72.5960	0.0940	8.94%	20.69%
$\bar{p}_{13}$	-67.3582	-64.2710	-68.3241	-1	1.1842	-77.5653	0.0458	18.94%	24.67%
$\bar{p}_{14}$	-75.4172	-74.4531	-76.5074	-1	3.2721	-76.3137	0.0128	1.49%	3.08%
$\bar{p}_{15}$	-84.8849	-83.9816	-86.0020	-1	3.4801	-85.6543	0.0106	1.13%	2.46%
$\bar{p}_{16}$	-79.9624	-81.6665	-80.5064	-1	1.7800	-76.4679	0.0213	5.46%	8.13%
$\sigma(p_{11})$	65.6864	63.8502	67.2799	-1	2.7064	67.9006	0.0280	4.21%	7.71%
$\sigma(p_{12})$	148.4570	119.8680	138.5570	-1	1.9689	200.2778	0.1926	43.63%	67.70%
$\sigma(p_{13})$	130.2170	121.8930	129.7910	-1	0.2420	280.2189	0.0639	143.99%	151.98%
$\sigma(p_{14})$	73.8061	79.5368	77.4600	-1	4.7368	70.7541	0.0776	5.17%	14.87%
$\sigma(p_{15})$	54.1045	66.2155	66.8285	1	14.1528	53.5669	0.2238	1.24%	29.22%
$\sigma(p_{16})$	57.4915	59.6502	61.3576	1	1.3198	51.1881	0.0375	13.70%	18.40%
$IPR(p_{11})$	154.1110	143.4270	155.1920	-1	0.4202	262.7893	0.0693	88.15%	96.82%
$IPR(p_{12})$	365.1280	268.6580	315.1070	-1	3.3991	450.1194	0.2642	29.10%	62.12%
$IPR(p_{13})$	333.6550	293.6680	318.7530	-1	2.1609	398.1885	0.1198	24.18%	39.16%
$IPR(p_{14})$	197.4930	200.0660	210.3530	1	5.7915	196.5189	0.0130	0.62%	2.25%
$IPR(p_{15})$	148.9050	179.6680	179.8340	1	24.7201	148.7808	0.2066	0.10%	25.93%
$IPR(p_{16})$	158.2920	164.3580	169.1590	1	1.3168	140.5321	0.0383	14.02%	18.81%
$\bar{m}_{ch}$	0.0100	0.0101	0.0101	1	1.2311	0.0100	0.0019	0.75%	0.99%
$\sigma(\bar{m}_{ch})$	0.0114	0.0111	0.0111	1	14.9698	0.0114	0.0202	0.09%	2.62%
$IPR(\bar{m}_{ch})$	0.0310	0.0305	0.0304	1	8.3719	0.0311	0.0171	0.39%	2.53%

**Tablica 5.3** – Indeks konvergencije mreže pri  $\Delta t = 25.0 \mu s$ , koeficijent protoka  $\varphi = 0.0154$  ( $k_v = 1.32$ )

$\Delta t_1 = 12.5 \mu s$ $\Delta t_2 = 25.0 \mu s$ $\Delta t_3 = 40.0 \mu s$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$s$	$p$	$f_{\text{ext}}^{21}$	$e_a^{21}$	$GCI_{\text{fine}}^{21}$	$GCI_{\text{coarse}}^{21}$
$\varphi$	0.0155	0.0154	0.0154	1	4.2614	0.0155	0.0001	0.00%	0.01%
$\psi$	1.0073	1.0058	1.0068	-1	0.4861	1.0110	0.0015	0.46%	0.65%
$\lambda$	0.0393	0.0395	0.0396	1	0.6345	0.0390	0.0040	0.91%	1.41%
$\bar{p}_{11}$	-73.8193	-69.4370	-75.9847	-1	0.7188	-80.6048	0.0594	11.49%	18.91%
$\bar{p}_{12}$	-64.2722	-61.3820	-65.9343	-1	0.8177	-68.0620	0.0450	7.37%	12.99%
$\bar{p}_{13}$	-67.5112	-64.2710	-66.2459	-1	0.6009	-73.7829	0.0480	11.61%	17.61%
$\bar{p}_{14}$	-76.9685	-74.4531	-75.4759	-1	1.0734	-79.2462	0.0327	3.70%	7.78%
$\bar{p}_{15}$	-87.4473	-83.9816	-85.2937	-1	1.1553	-90.2712	0.0396	4.04%	8.99%
$\bar{p}_{16}$	-86.9076	-81.6665	-84.4396	-1	0.7677	-94.3676	0.0603	10.73%	18.27%
$\sigma(p_{11})$	66.9218	63.8502	69.2357	-1	1.0220	69.9018	0.0459	5.57%	11.30%
$\sigma(p_{12})$	131.7230	119.8680	139.9610	-1	0.9570	144.3185	0.0900	11.95%	23.20%
$\sigma(p_{13})$	128.1380	121.8930	125.6980	-1	0.6013	140.2157	0.0487	11.78%	17.87%
$\sigma(p_{14})$	80.1612	79.5368	78.1254	1	2.1543	80.3421	0.0078	0.28%	1.26%
$\sigma(p_{15})$	66.1988	66.2155	64.2615	-1	10.1119	66.1988	0.0003	0.00%	0.03%
$\sigma(p_{16})$	62.0685	59.6502	57.6433	1	0.3497	70.8863	0.0390	17.76%	22.63%
$IPR(p_{11})$	151.5870	143.4270	156.5190	-1	0.8526	161.7146	0.0538	8.35%	15.08%
$IPR(p_{12})$	300.4400	268.6580	299.0880	-1	0.0539	1135.2772	0.1058	347.34%	360.56%
$IPR(p_{13})$	297.1160	293.6680	324.0840	-1	4.4785	297.2779	0.0116	0.07%	1.52%
$IPR(p_{14})$	208.9440	200.0660	210.4420	-1	0.2722	251.6954	0.0425	25.58%	30.89%
$IPR(p_{15})$	176.1640	179.6680	171.3780	-1	1.6161	174.4675	0.0199	1.20%	3.69%
$IPR(p_{16})$	164.9520	164.3580	153.8390	1	6.2030	164.9602	0.0036	0.01%	0.46%
$\bar{m}_{\text{ch}}$	0.0101	0.0101	0.0100	1	3.8282	0.0101	0.0001	0.00%	0.02%
$\sigma(\bar{m}_{\text{ch}})$	0.0111	0.0111	0.0114	1	2.3043	0.0110	0.0076	0.24%	1.20%
$IPR(\bar{m}_{\text{ch}})$	0.0304	0.0305	0.0309	1	4.7386	0.0304	0.0015	0.01%	0.20%

**Tablica 5.4** – Indeks konvergencije vremenskog koraka na srednjoj mreži ( $\Delta h_1 = 2.461 \text{ mm}$ ), koeficijent protoka  $\varphi = 0.0154$  ( $k_v = 1.32$ )

$\Delta h_1 = 1.968 \text{ mm}$ $\Delta h_2 = 2.461 \text{ mm}$ $\Delta h_3 = 3.112 \text{ mm}$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$s$	$p$	$f_{\text{ext}}^{21}$	$e_a^{21}$	$GCI_{\text{fine}}^{21}$	$GCI_{\text{coarse}}^{21}$
$\varphi$	0.0077	0.0077	0.0077	1	2.9319	0.0076	0.0035	0.47%	0.91%
$\psi$	0.9787	0.9830	0.9886	1	0.8591	0.9582	0.0044	2.62%	3.18%
$\lambda$	0.0265	0.0267	0.0270	1	0.1060	0.0159	0.0096	50.03%	51.23%
$\bar{p}_{11}$	-25.0044	-25.9397	-23.2434	-1	4.5653	-24.4759	0.0374	2.64%	7.32%
$\bar{p}_{12}$	-24.7283	-30.4972	-28.2679	-1	4.4338	-21.3139	0.2333	17.26%	46.42%
$\bar{p}_{13}$	-38.5313	-40.7516	-39.2634	-1	1.8524	-34.1937	0.0576	14.07%	21.27%
$\bar{p}_{14}$	-40.7969	-38.5986	-38.3719	1	10.8078	-41.0134	0.0539	0.66%	7.40%
$\bar{p}_{15}$	-38.7066	-38.2701	-40.1067	-1	6.1754	-38.8537	0.0113	0.48%	1.88%
$\bar{p}_{16}$	-32.0445	-32.8415	-30.9517	-1	3.7301	-31.4308	0.0249	2.39%	5.50%
$\sigma(p_{11})$	85.2565	79.5872	83.1997	-1	2.0881	94.8085	0.0665	14.00%	22.32%
$\sigma(p_{12})$	143.3390	144.6350	147.2340	1	2.8040	141.8486	0.0090	1.30%	2.43%
$\sigma(p_{13})$	130.8400	132.6730	134.6120	1	0.0195	-290.2347	0.0140	402.28%	404.03%
$\sigma(p_{14})$	84.2695	72.4033	78.8097	-1	2.8624	97.5415	0.1408	19.69%	37.29%
$\sigma(p_{15})$	57.4144	53.6616	57.9689	-1	0.6005	83.5848	0.0654	56.98%	65.15%
$\sigma(p_{16})$	52.6705	52.0909	52.8332	-1	1.0767	54.8048	0.0110	5.07%	6.44%
$IPR(p_{11})$	193.7650	187.4810	196.3910	-1	1.5175	209.3574	0.0324	10.06%	14.11%
$IPR(p_{12})$	346.6310	370.5870	368.4280	-1	11.3458	344.5615	0.0691	0.75%	9.39%
$IPR(p_{13})$	313.0060	320.6060	318.8840	-1	6.9608	310.9667	0.0243	0.81%	3.85%
$IPR(p_{14})$	189.1850	181.2090	181.6860	-1	13.2970	189.6176	0.0422	0.29%	5.56%
$IPR(p_{15})$	151.0640	144.6600	151.1100	-1	0.0312	1066.4625	0.0424	757.46%	762.76%
$IPR(p_{16})$	139.5250	138.1570	138.4040	-1	8.0395	139.7979	0.0098	0.24%	1.47%
$\bar{m}_{\text{ch}}$	0.0050	0.0050	0.0050	1	2.8868	0.0050	0.0035	0.48%	0.91%
$\sigma(\bar{m}_{\text{ch}})$	0.0103	0.0106	0.0104	-1	1.9343	0.0097	0.0301	6.96%	10.72%
$IPR(\bar{m}_{\text{ch}})$	0.0286	0.0298	0.0290	-1	1.5559	0.0258	0.0409	12.31%	17.42%

**Tablica 5.5** – Indeks konvergencije mreže pri  $\Delta t = 25.0 \mu s$ , koeficijent protoka  $\varphi = 0.0077$  ( $k_v = 8.47$ )

$\Delta t_1 = 12.5 \mu s$ $\Delta t_2 = 25.0 \mu s$ $\Delta t_3 = 40.0 \mu s$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$s$	$p$	$f_{ext}^{21}$	$e_a^{21}$	$GCI_{fine}^{21}$	$GCI_{coarse}^{21}$
$\varphi$	0.0077	0.0077	0.0077	-1	0.0298	0.0066	0.0030	18.09%	18.47%
$\psi$	0.9819	0.9830	0.9808	-1	1.1911	0.9810	0.0012	0.11%	0.26%
$\lambda$	0.0266	0.0267	0.0268	1	0.1375	0.0256	0.0038	4.74%	5.21%
$\bar{p}_{11}$	-23.6453	-25.9397	-22.4570	-1	0.7483	-20.2703	0.0970	17.84%	29.97%
$\bar{p}_{12}$	-31.5208	-30.4972	-25.7548	1	3.5193	-31.6186	0.0325	0.39%	4.45%
$\bar{p}_{13}$	-39.0462	-40.7516	-38.2741	-1	0.6666	-36.1425	0.0437	9.30%	14.76%
$\bar{p}_{14}$	-38.8312	-38.5986	-38.5874	1	3.1601	-38.8605	0.0060	0.09%	0.84%
$\bar{p}_{15}$	-36.5807	-38.2701	-38.1159	-1	2.7275	-36.2803	0.0462	1.03%	6.80%
$\bar{p}_{16}$	-30.9813	-32.8415	-29.5840	-1	1.0196	-29.1707	0.0600	7.31%	14.81%
$\sigma(p_{11})$	76.8131	79.5872	82.7155	1	0.8892	73.5579	0.0361	5.30%	9.81%
$\sigma(p_{12})$	151.1540	144.6350	144.1950	1	2.7686	152.2751	0.0431	0.93%	6.32%
$\sigma(p_{13})$	130.0500	132.6730	135.3480	1	0.7111	125.9328	0.0202	3.96%	6.48%
$\sigma(p_{14})$	76.1381	72.4033	77.0680	-1	0.3908	88.1437	0.0491	19.71%	25.84%
$\sigma(p_{15})$	49.8290	53.6616	50.3004	-1	0.1620	17.5861	0.0769	80.88%	90.50%
$\sigma(p_{16})$	47.4082	52.0909	47.3237	-1	0.0308	-169.5697	0.0988	572.10%	584.45%
$IPR(p_{11})$	186.9110	187.4810	200.3570	1	6.7039	186.9055	0.0030	0.00%	0.38%
$IPR(p_{12})$	386.2060	370.5870	368.3510	1	1.8860	391.9993	0.0404	1.88%	6.93%
$IPR(p_{13})$	333.5050	320.6060	318.3300	1	1.6375	339.6145	0.0387	2.29%	7.12%
$IPR(p_{14})$	174.3850	181.2090	179.4780	-1	1.6079	171.0529	0.0391	2.39%	7.28%
$IPR(p_{15})$	130.1880	144.6600	132.4410	-1	0.2085	37.1310	0.1112	89.35%	103.24%
$IPR(p_{16})$	121.4610	138.1570	131.5090	-1	1.0975	106.8127	0.1375	15.08%	32.26%
$\bar{m}_{ch}$	0.0050	0.0050	0.0050	-1	0.0093	0.0027	0.0030	57.73%	58.10%
$\sigma(\bar{m}_{ch})$	0.0104	0.0106	0.0104	-1	0.3367	0.0098	0.0165	7.84%	9.90%
$IPR(\bar{m}_{ch})$	0.0295	0.0298	0.0292	-1	1.2505	0.0293	0.0101	0.91%	2.18%

**Tablica 5.6** – Indeks konvergencije vremenskog koraka na srednjoj mreži ( $\Delta h_1 = 2.461$  mm), koeficijent protoka  $\varphi = 0.0077$  ( $k_v = 8.47$ )

funkcionalne rješenja u cijeloj domeni (globalne integralne i osrednjene vrijednosti  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\lambda$ , te protok u rotorskom međulopatičnom kanalu,  $\bar{m}_{ch}$ ). Visoke i vrlo raspršene vrijednosti indeksa konvergencije kod točkastih rješenja, a to su u prikazanom slučaju tlakovi u odabranim praćenim točkama, u kojima indeksi variraju u rasponu od 1-1000%! Za ilustraciju se može izvući slijedeći primjer: Rješenje na tri mreže iznosi redom 130.84, 132.67, 134.61. Iako su rješenja grupirana i konvergencija rješenja je očigledna, proračun iznalazi potpuno neprirodnu vrijednost reda konvergencije od 0.02. Ekstrapolirano rješenje iznosi promašenih -290.23, a uslijed toga GCI indeks rezultira vrijednošću pogreške od 400%.

U DES simulaciji je širina LES filtera proporcionalna koraku mreže, tako da s profinjenjem dolazi do smanjenja LES filtera. To znači da se profinjenjem mreže mijenja i rješenje, jer se povećava udio riješenih turbulentnih fluktuacija (slika 5.15). Uza širinu filtera koja nije fiksna, nemoguće je razlučiti grešku diskretizacije od kvalitativne promjene rješenja. Iz tog razloga ne funkcionira Richardsonova ekstrapolacija.

U literaturi je predloženo više metoda za procjenu kvalitete rješenja u ovisnosti o gustoći mreže i vremenskog koraka kod LES [113, 114] i hibridnih metoda [115], ali u ovom trenutku još niti jedna nije značajnije prihvaćena. Osim rezultata koji

variraju [116], mnoge od ovih metoda nije moguće jednostavno primijeniti poput GCI indeksa.

Iz prikaza izračunatih radnih točaka (slika 5.12) može se uočiti snažna koncentracija rješenja na različitim mrežama, odnosno da su vremenski korak i korak mreže dovoljno dovoljno nizak da je njegov utjecaj nizak, kada se radi o osrednjenim i integralnim veličinama. Utjecaj promjene koraka mreže i vremenskog koraka snažnije se manifestira na vremenski promjenjivim veličinama kao što su trenutne brzine i tlakovi.

Utjecaj koraka mreže na rješenja nestacionarnih veličina analizira se na slikama 5.16 i 5.17. U ovom slučaju moguće je uočiti veću razliku između izračunatih rješenja, i to zbog istog razloga zbog kojega GCI metoda ne funkcionira na tim rješenjima. Inherentna ovisnost rješenja DES i LES simulacije neizostavno dovodi do različitih rješenja trenutnih veličina bez obzira na finoću mreže. Neovisnost rješenja o mreži moguće je postići tek u graničnom slučaju kada LES postane DNS.

Ipak, prikazani periodogrami su kvalitativno dosta slični, osobito se mogu uočiti istaknute frekvencije koje se javljaju u u slučaju sve tri mreže, iako se amplitude u njima donekle razlikuju. Ova sličnost upućuje na mogućnost da su dotične frekvencije trag u osnovi neviskoznih pojava, odnosno pojava koje nisu spregnute s turbulencijom.

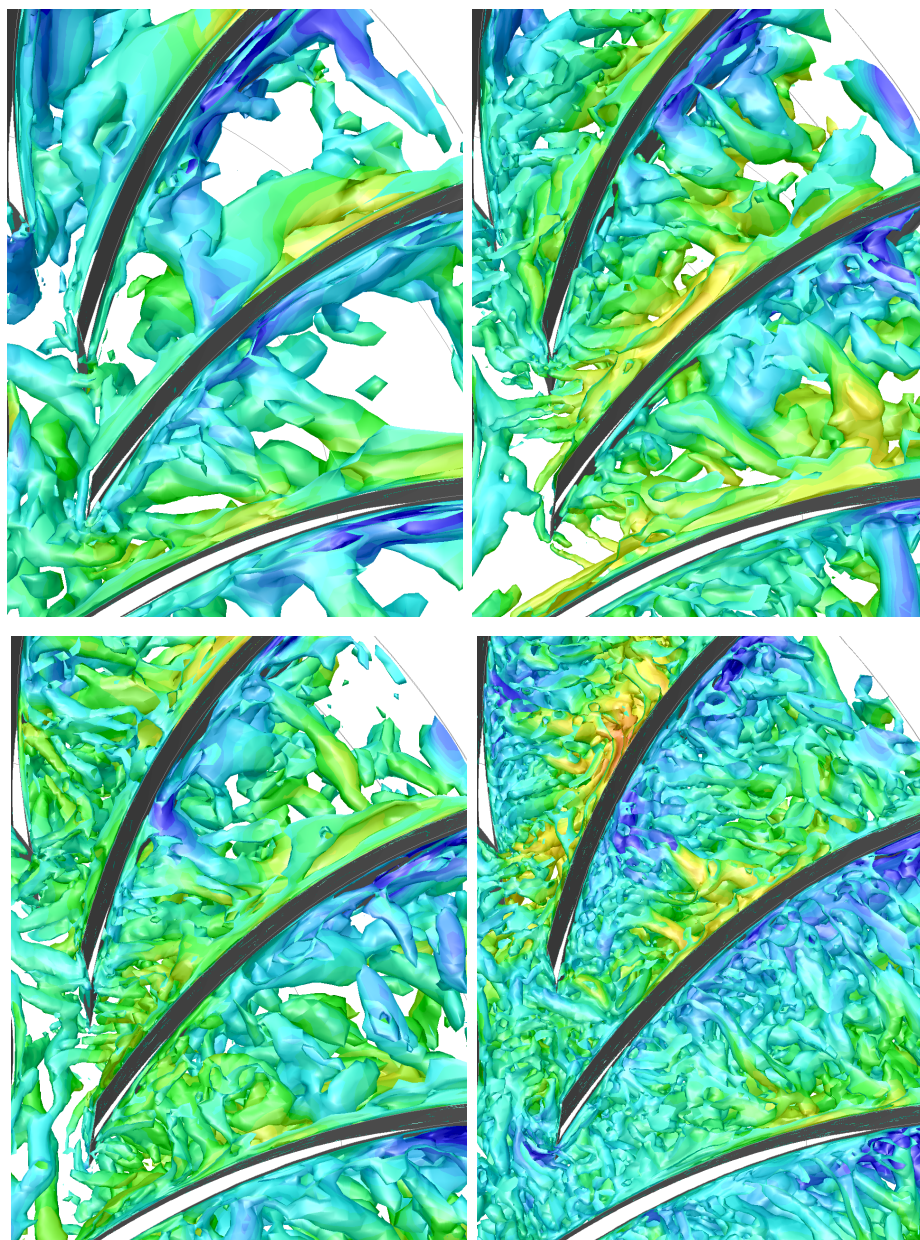
Pri ocjeni sličnosti rješenja potrebno je uzeti u obzir i činjenicu da su frekvencijski dijagrami na slikama 5.16 i 5.17 nastali frekvencijskom analizom signala vrlo kratkog vremenskog trajanja (oko 1 s) te podjelom istoga i osrednjavanjem na samo dva podintervala što je nedovoljno za statističku stabilnost konačnog periodograma.

### 5.3. Validacija rezultata numeričke simulacije

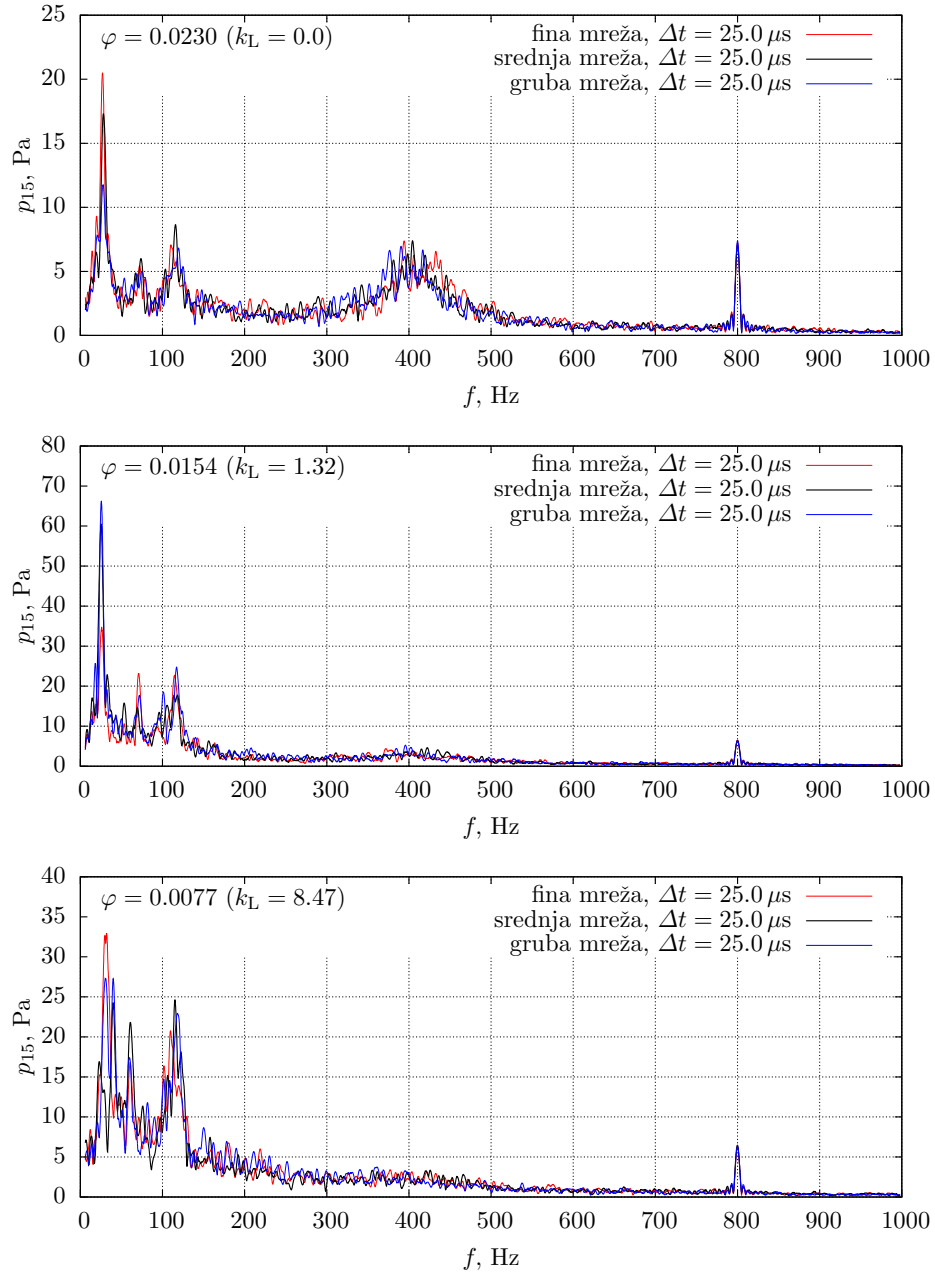
Zadatak validacije rezultata numeričke simulacije je kvantifikacija modelske nesigurnosti rješenja. Validacija se može provesti usporedbom verificiranih rješenja koja daju različiti numerički modeli te usporedbom verificiranih rješenja s eksperimentalnim rezultatima.

Model turbulencije korišten u ovom istraživanju jeste SST  $k-\omega$  bazirani DES, sa SST F1 funkcijom zaštite graničnog sloja te poboljšanim zidnim funkcijama na “High-Re” računskoj mreži. U svrhu validacije rezultata s obzirom na modelsku nesigurnost, ispitani su slijedeći dodatni modeli turbulencije ili varijante osnovnog modela:

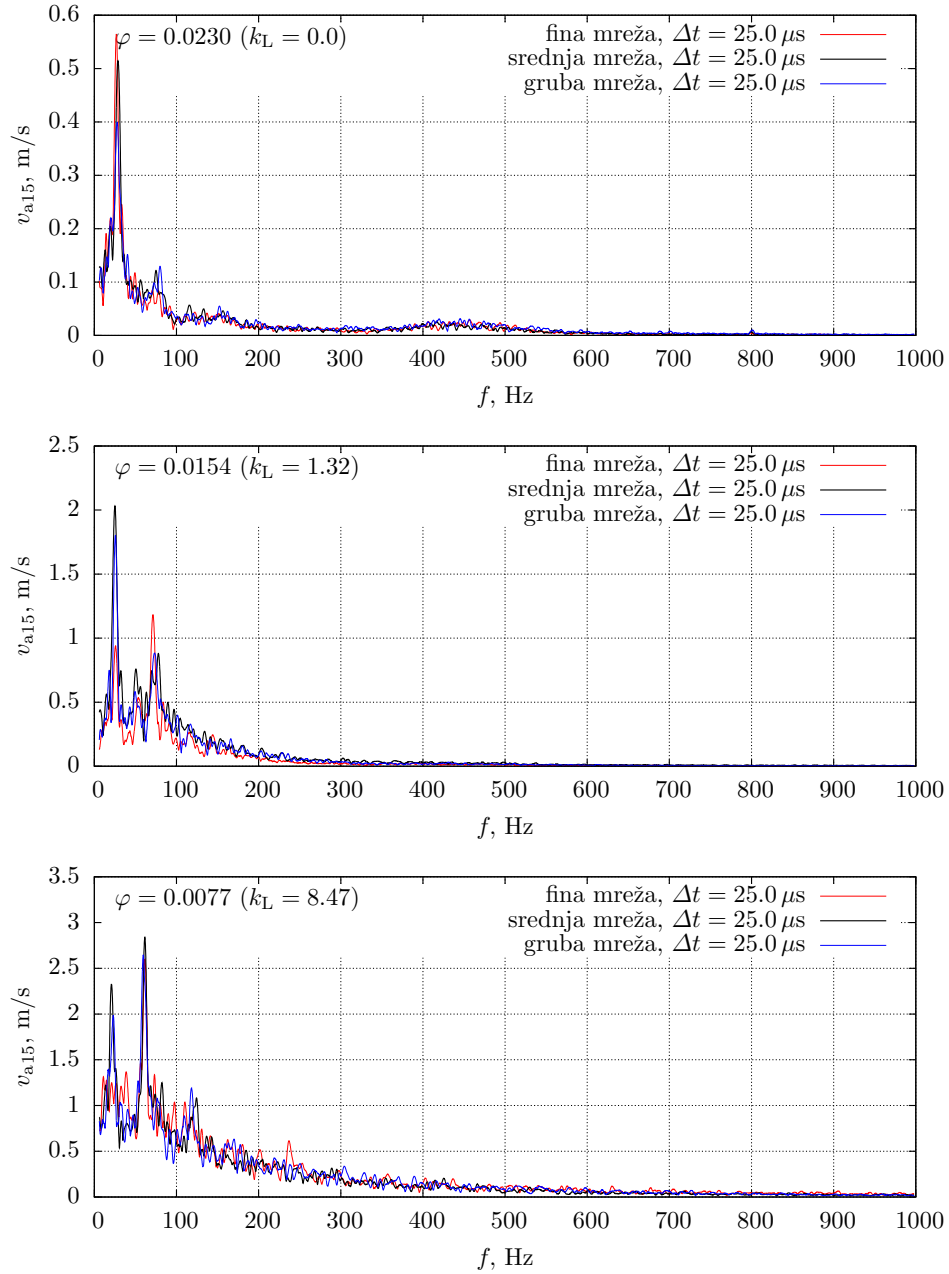
- Isti model turbulencije na “Low-Re” mreži. Rezultat modela na “Low-Re” mreži je pricipijelno točniji od korištenja zidnih funkcija. Smisao korištenja zidnih funkcija kod  $k-\omega$  modela turbulencije je ušteda u broju diskretnih elemenata računske mreže



**Slika 5.15** – Vizualizacija razriješenih turbulentnih fluktuacija (“LES” sadržaja) uz pomoć izopovršina  $Q$ -kriterija na mrežama različite gustoće (Gore: gruba, srednja mreža. Dolje: fina, superfina mreža). Vremenski korak nema primjetnog utjecaja na gornju sliku

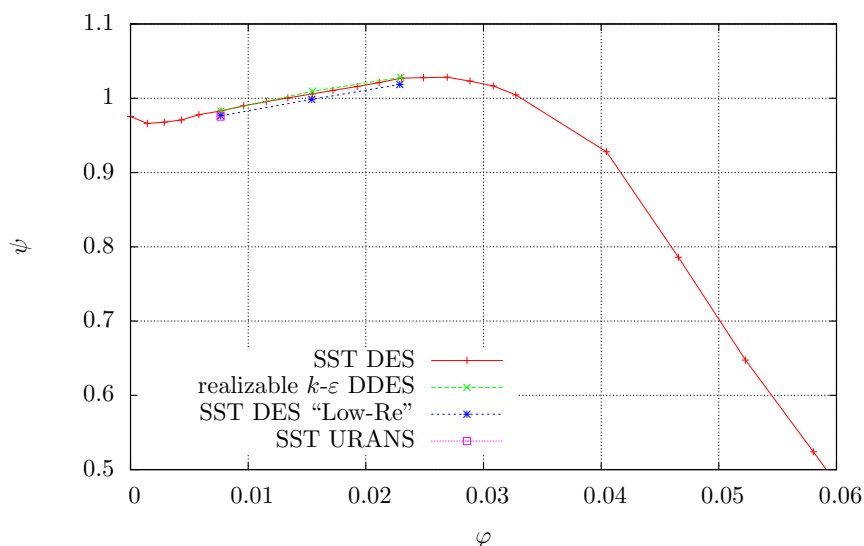


**Slika 5.16** – Utjecaj gustoće mreže na frekvencijski spektar statičkog tlaka u točki “15”, pri tri različita kefcijenta protoka.



**Slika 5.17** – Utjecaj gustoće mreže na frekvencijski spektar fluktuacija aksijalne brzine u točki “15”, pri tri različita koeficijenta protoka.

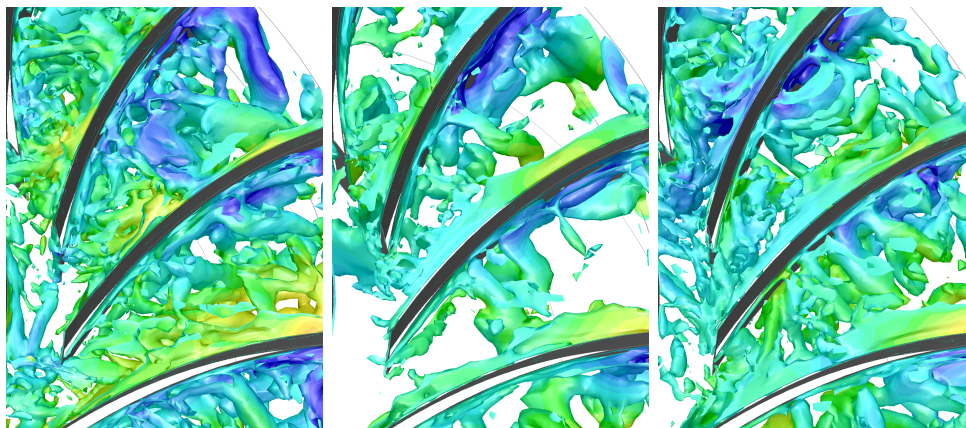




**Slika 5.18** – Utjecaj modela turbulencije na CFD proračun radne karakteristike

te niži zahtjevi za računalnim resursima. Cilj ove provjere je ustanoviti ovisnost rješenja simulacije o načinu tretiranja čvrste stjenke.

- SST DES sa F2 funkcijom zaštite graničnog sloja. SST F2 funkcija je konzervativnija i pouzdanija u zaštiti graničnog sloja od prerane aktivacije DES limitatora. Aktivacija DES-a u graničnom sloju nije poželjna jer dovodi do pojave nefizikalnog odvajanja graničnog sloja (takozvani GIS problem). S druge strane, zahvaljujući konzervativnosti F2 funkcije, moguće je da u internim tokovima (koji su okruženi čvrstim stjenkama, za razliku od vanjske aerodinamike) uoče ne dođe do aktivacije DES limitatora i tada simulacija degenerira u nestacionarni RANS.
- DES baziran na *realizable*  $k-\varepsilon$  modelu turbulencije [117], sa zaštitom graničnog sloja od prerane aktivacije DES limitatora (*Delayed DES*) te *Enhanced Wall Treatment*-om, na jednakoj mreži kao kod SST DES-a. Ovaj model razlikuje se od standardnog  $k-\varepsilon$  modela turbulencije u dva važna aspekta: drugačijem izrazu za turbulentnu viskoznost, te novoj transportnoj jednadžbi za brzinu disipacije  $\varepsilon$  koja je izvedena iz egzaktna transportne jednadžbe fluktuacija vrtložnosti. Pojam realizabilnosti odnosi se na određena matematička ograničenja Reynoldsovih naprezanja koja su konzistentna s fizikom turbulentnih strujanja.

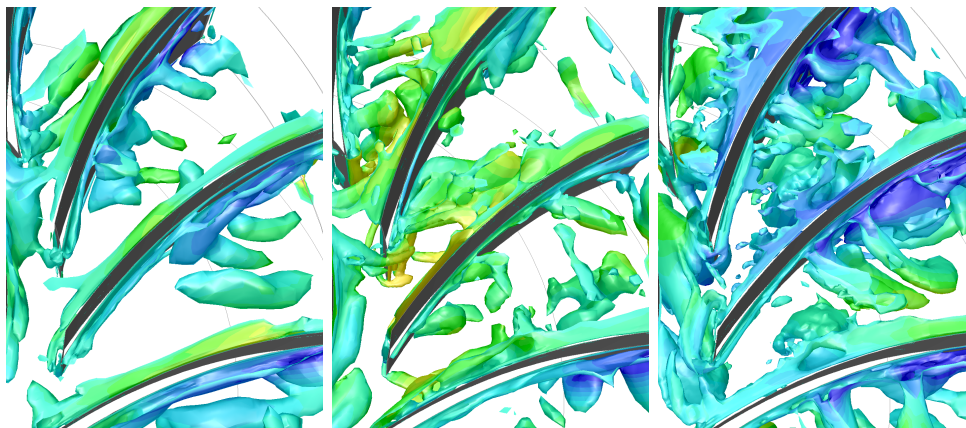


**Slika 5.19** – Turbulentni sadržaj rješenja SST  $k-\omega$  DES modela s F1 funkcijom zaštite graničnog sloja, SST  $k-\omega$  DES modela s F2 funkcijom zaštite graničnog sloja te rješenja  $k-\varepsilon$  DDES modela na srednje finoj mreži ( $\Delta t = 25 \mu s$ ). Izopovršine  $Q$ -kriterija obojane radijalnom brzinom

- Nestacionarni RANS baziran na SST  $k-\omega$  modelu turbulencije.

Na slici 5.18 prikazani su rezultati validacije rezultata računalnog modela uz pomoć drugih modela turbulencije. Kao i kod verifikacije, sva rješenja grupiraju se čvrsto oko iste krivulje. Ipak, primjećuje se neveliko ali konzistentno odstupanje rezultata postignutih na “Low-Re” mreži. Kao što je već naglašeno, “Low-Re” rezultatima se “više vjeruje”, ali srećom odstupanje nije veliko. Zanimljivo je i kako su rezultati dva DES modela identični. Ako je već kod DES-a utjecaj baznog modela turbulencije minimalan, očekivale bi se izvjesne razlike zbog različitog načina tretiranja čvrstih stjenki. Nestacionarni RANS daje vrlo slične vrijednosti kod ovih osrednjenih integralnih veličina.

Na slici 5.19 prikazana usporedba SST DES simulacija s zaštitom graničnog sloja uz pomoć SST funkcija F1 i F2 te *realizable* [117]  $k-\varepsilon$  DDES simulacije s univerzalnom funkcijom zaštite graničnog sloja, vizualizacijom turbulentnih fluktuacija (vrtložnih struktura) unutar međulopatičnog kanala. Na prikazu je moguće uočiti sličnost između SST/F1 i *realizable*  $k-\varepsilon$  DES rješenja te bogati turbulentni sadržaj. Kod SST/F2 DES-a vidljiv je osjetno niži sadržaj razriješenih turbulentnih struktura, što znači da F2 funkcija održava veliki dio domene pod kontrolom RANS simulacije, ne dopuštajući LES modu da se aktivira i razvije. Ovaj rezultat pokazuje da je SST/F1 funkcija po svom djelovanju



**Slika 5.20** – Turbulentni sadržaj SST  $k\text{-}\omega$  URANS rješenja na gruboj, srednjoj i finoj mreži pri  $\Delta t = 25 \mu s$

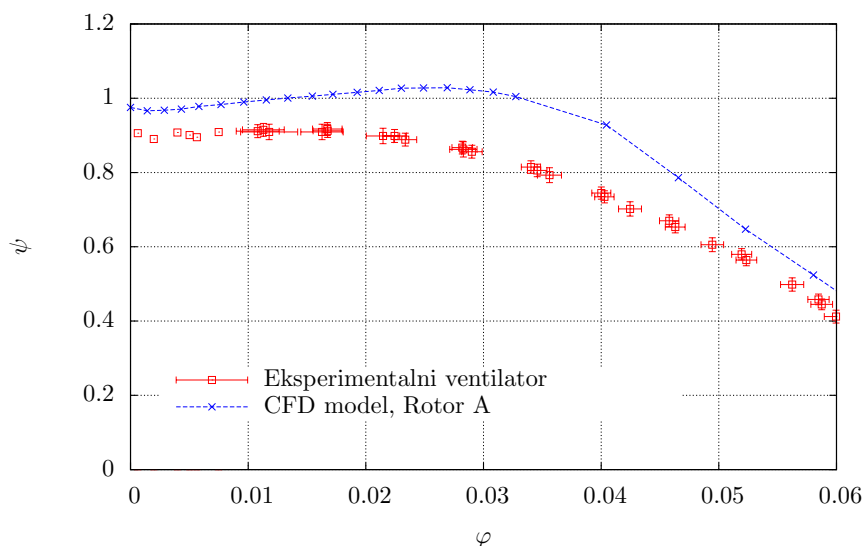
puno bliža univerzalnoj *Delayed DES* [85] funkciji nego funkcija SST/F2.

Slijedeća slika 5.20 prikazuje turbulentni sadržaj koji se dobiva nestacionarnim RANS-om, na tri mreže različite finoće. Iz prikaza je očigledno da s povećanjem finoće računske mreže dolazi do povećanja turbulentnog sadržaja što je u suprotnosti s RANS teorijom, po kojoj korak mreže kao mjerilo širine LES filtera nama nikakvu ulogu u slučaju RANS simulacije.

Ultimativna validacija rezultata CFD simulacije postiže se usporedbom sa pouzdanim eksperimentalnim podacima. Na slici 5.21 prikazana je usporedba radne karakteristike dobivene mjerenjem na eksperimentalnom (fizičkom) modelu te radne karakteristike dobivene iz rješenja CFD simulacije. Na izmjerenoj radnoj karakteristici ucertani su i intervali pouzdanosti.

Razlika između dviju karakteristika očigledna je, i ne može se opravdati mjernom nesigurnošću eksperimentalnih rezultata. S druge strane, karakteristika dobivena iz rješenja CFD simulacije, verificirana je i validirana s obzirom na nesigurnost modela, te ne ostavlja previše mogućnosti za pogrešku kojom bi se mogla objasniti ovako velika razlika. Mogući razlozi diskrepancije između izračunate i izmjerene radne karakteristike:

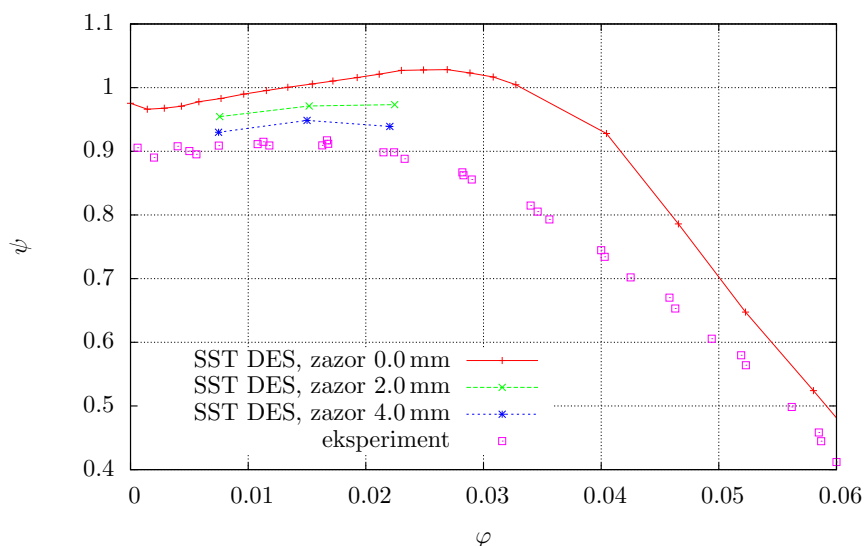
- Najveća razlika između izračunate i izmjerene radne karakteristike javlja se u sredini radnog područja ( $\varphi = 0.3 \div 0.4$ ), a najmanja na rubovima. Eventualni dodatni gubitak zaustavnog tlaka uslijed postojanja smirivača toka u eksperimentalnoj instalaciji time se može eliminirati kao uzrok ovako velike



**Slika 5.21** – Izravna usporedba izmjerene i izračunate karakteristike ventilatora

razlike u radnim karakteristikama, jer bi taj gubitak bio najmanji kod nultog protoka a progresivno bi rastao s povećanjem protoka.

- Eksperimentalni ventilator posjeduje zazor (slika 3.4) između vrhova lopatica i prednje ploče koja ima funkciju pokrova rotorskih kanala. CFD simulacije izvedene su s nultom veličinom zazora radi smanjenja geometrijske složenosti i broja diskretnih elemenata (konačnih volumena) računske mreže. Kontrolni CFD proračuni s uključenim zazorom od 2 i 4 mm pokazuju jasnu tendenciju prema smanjenju prirasta tlaka i iskoristivosti ventilatora (slika 5.22). I oblik CFD karakteristike sa zazorom sličniji je eksperimentalnoj karakteristici. Pretpostavku o utjecaju aksijalnog zazora na radne karakteristike potvrđuju dostupni rezultati istraživanja nekolicine autora, primjerice [118, 119, 120, 121, 122], u kojima je analiziran utjecaj zazora na rad otvorenih rotora centrifugalnih ventilatora i pumpi.
- Druge geometrijske razlike između eksperimentalnog ventilatora i računskog modela, prije svega točna kontura spiralnog kućišta koja je rekonstruirana korištenjem fotografija i premjeravanja izvedene geometrije. Ovdje je moguće navesti i kvantitativno neodređen učinak propuštanja zraka na mjestu ulaska



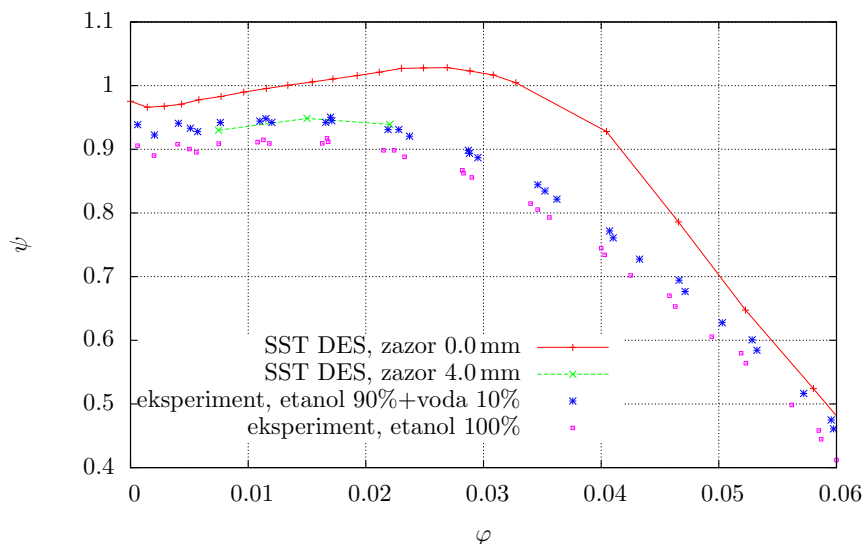
**Slika 5.22** – Usporedba CFD i eksperimentalne radne karakteristike ventilatora te utjecaj aksijalnog zazor na izračunatu radnu karakteristiku

vratila rotora u kućište.

- Protok i prirast tlaka mjere se putem elektroničkih manometara. Manometri se kalibriraju prije upotrebe dovođenjem u funkcijsku vezu strujnog očitavanja manometra s visinom stupca kapljevine. Pogreška u poznavanju gustoće kapljevine kojom se očitavanje visine stupca pretvara u tlak dovodi do sustavne pogreške u izračunu veličina koje se mjere posredno putem mjerenja tlaka. Proračun radnih karakteristika eksperimentalnog ventilatora proveden je na temelju gustoće čistog etanola. Ukoliko je etanol kontaminiran vodom s kojom se može neograničeno miješati, gustoća mu se povećava [123] u slijedećem iznosu:

Udio vode	$\Delta\rho/\rho_0$
10%	3.63%
20%	6.85%

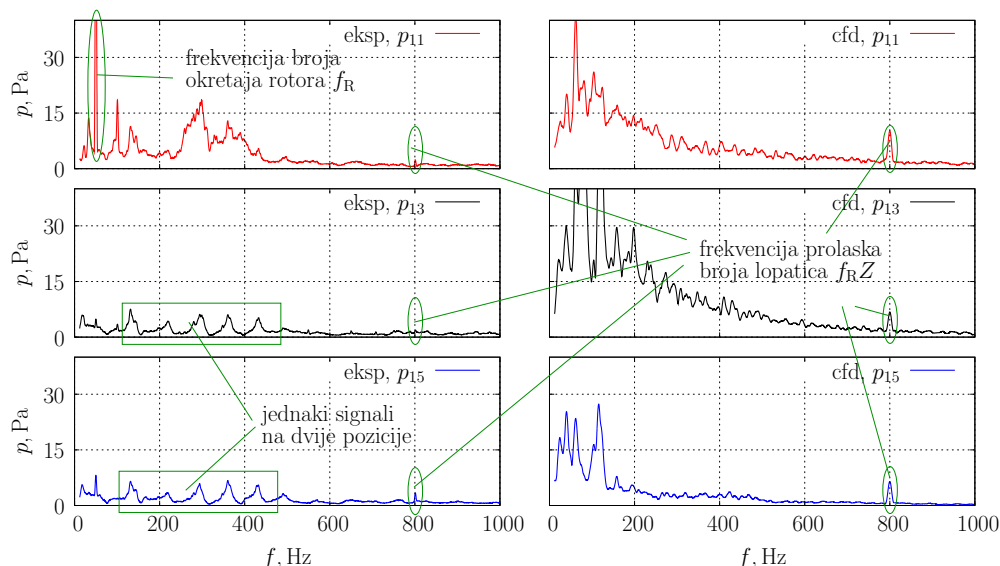
Na slici (5.23) ucrtana je radna karakteristika eksperimentalnog ventilatora koja bi se dobila kada bi se prilikom kalibracije gustoća radnog fluida u mikromanometru računala kao gustoća smjese 90% etanola i 10% vode.



**Slika 5.23** – Pomak izmjerene radne karakteristike ventilatora ako se uzme u obzir moguća kontaminacija i promjena gustoće fluida u mikromanometru

Ova gruba analiza pokazuje da bi se razliku između CFD i eksperimentalnih karakteristika moglo objasniti geometrijskim razlikama između fizikalnog i numeričkog modela, te sustavnom pogreškom u rezultatima mjerenja. Geometrijska pojednostavljenja pri izradi računskih modela su uobičajena i bez njih računalna simulacija realnih objekata ne bi bila moguća. U ovom konkretnom slučaju to pojednostavljenje ima dalekosežne posljedice na rezultate simulacije. Ovaj problem je uočen relativno kasno, tek nakon izvođenja svih potrebnih simulacija i nakon obrade izmjerenih podataka.

Analiza razlika u peridogramu fluktuacija tlaka između eksperimentalnog i numeričkog modela prikazana je na slici (5.24). Među glavne razlike mogu se svrstati postojanje izražene komponente signala s frekvencijom vrtnje rotora, gotovo identični signali na pozicijama “13” i “15”, te znatno slabiji signal na frekvenciji prolaska lopatica u rezultatima eksperimentalnog modela. Frekvencija vrtnje rotora u signalu može se objasniti kontaminacijom signala tlaka vibracijama usisne cijevi u koju su ugrađeni mjerni osjetnici. Druge razlike bi se možda mogle pripisati postojanju aksijalnog zazora između vrhova lopatica i prednje ploče. Na slikama (5.25) i (5.26) prikazani su usporedno uzorci signala iz simulacije bez i sa aksijalnim zazorom. Uočljiva je izrazita



**Slika 5.24** – Usporedba fluktuacija tlaka iz eksperimentalnog (lijevo) i numeričkog modela (desno) u frekvencijskoj domeni,  $\varphi = 0.0211$

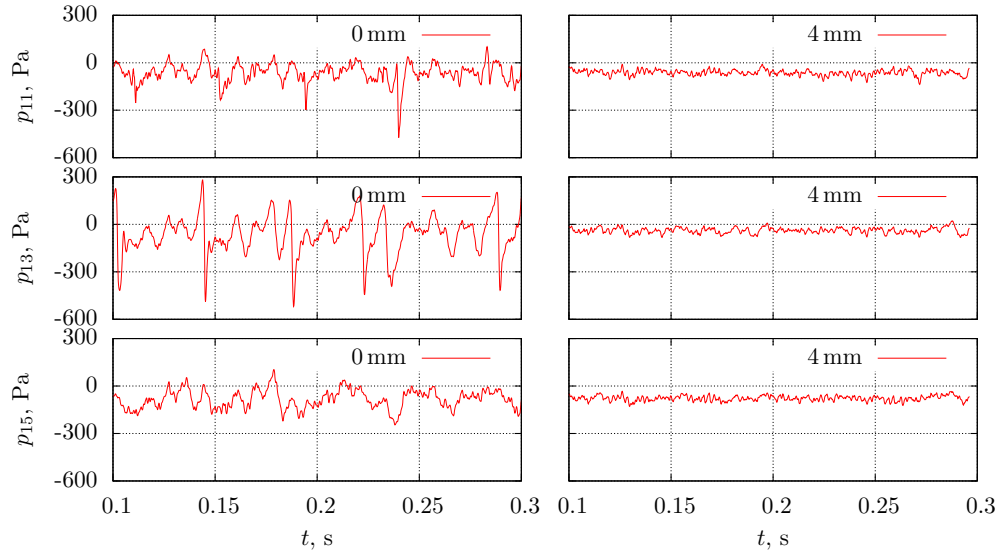
kvalitativna i kvantitativna razlika.

Validacija rezultata računalne simulacije s različitim modelima turbulencije pokazala je izvrsno slaganje između modela. Zajedno s rezultatima prethodne verifikacije, validacija je pružila povjerenje u rezultate računalnih simulacija. Nepotpuno slaganje s eksperimentalnim rezultatima posljedica je neadekvatnog eksperimentalnog modela nego pogreške numeričkog modela.

## 5.4. Rezultati numeričke simulacije

### 5.4.1. Radne karakteristike radnih kola “A”, “B”, “C” i “D”

Radne karakteristike ventilatora razmatranih geometrija radnog kola, izračunate iz rezultata CFD simulacija, prikazane su na slici (5.27). Kod sva četiri radna kola uočljiv je pozitivan nagib  $\varphi$ - $\psi$  krivulje, koji je indikator moguće pojave nestabilnosti. Posve očekivano, radno kolo “D” postiže najveći a kolo “B” najniži stupanj djelovanja. Zanimljivo je da radno kolo “C” sa 8 lopatica postiže bolju iskoristivost od, po svemu ostalom identičnog, radnog kola “A” sa 16 lopatica. Iskoristivost je inače dosta niska, što



**Slika 5.25** – Utjecaj aksijalnog zazora na oblik i amplitudu signala tlaka u kontrolnim točkama (lijevo: bez zazora; desno: zazor 4 mm), CFD simulacija,  $\varphi = 0.0154$  ( $k_v = 1.32$ )

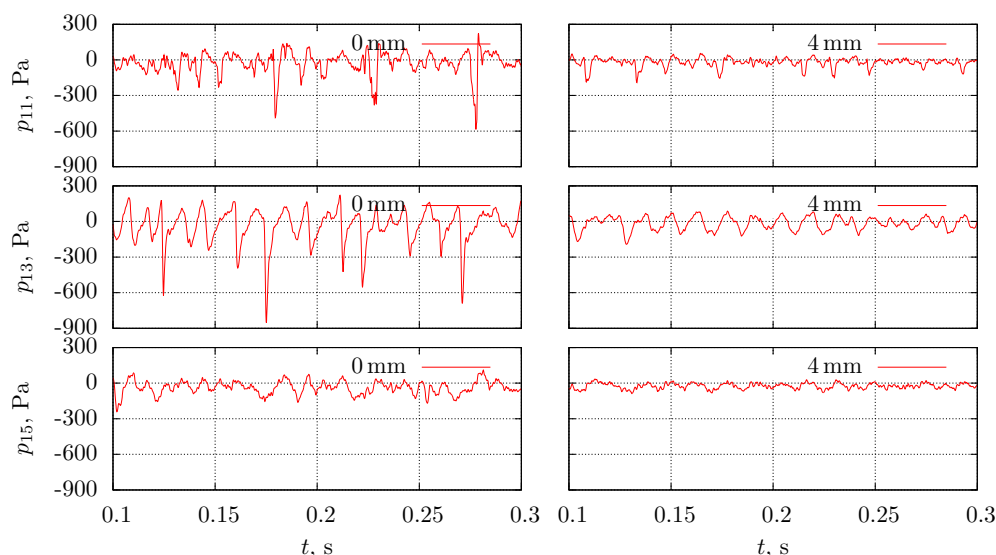
je posljedica činjenice da radna kola nisu aerodinamički optimizirana, već su namjenski oblikovana samo da bi se ispitao utjecaj ulazne geometrije na nastanak predvrtloga.

#### 5.4.2. Oscilacije globalnog masenog protoka i protoka u individualnim kanalima rotora

Simulacije pokazuju da se kod nižih protoka javljaju primjetnije periodičke oscilacije globalnog masenog toka s frekvencijama na razini  $1/3 \div 1/2$  brzine vrtnje  $f_R$ . Pojava oscilacija masenog protoka je prva vanjska indikacija nestacionarnog strujanja u ventilatoru. Na slici (5.29) prikazan je dijagram intenziteta oscilacija globalnog masenog protoka za pojedinačna radna kola u ovisnosti o protoku. Pojava oscilacija u svim radnim kolima počinje kod približno jednakog protoka, oscilacije naglo rastu do maksimuma, nakon kojega se linearno smanjuju proporcionalno smanjenju protoka. Intenzitet oscilacija najveći je kod radnog kola s unatrag povinutim lopaticama.

Opisane oscilacije globalnog protoka, iako koristan indikator nestacionarnih procesa u centrifugalnom ventilatoru, većim su dijelom zapravo artefakt računske simulacije. Naime, intenzitet oscilacija predstavlja odnos pobudnih sila i inercije sustava. Inerciju



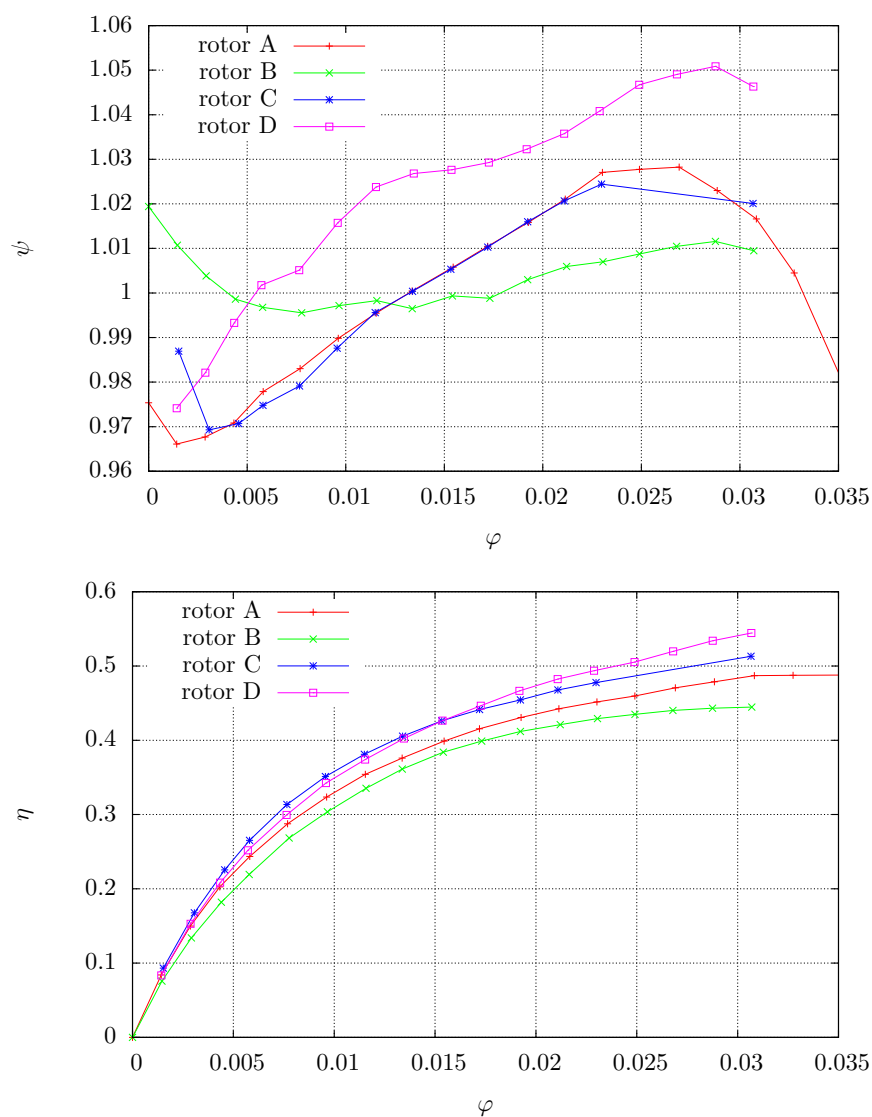


**Slika 5.26** – Utjecaj aksijalnog zazora na oblik i amplitudu signala tlaka u kontrolnim točkama (lijevo: bez zazora; desno: zazor 4 mm), CFD simulacija,  $\varphi = 0.0077$  ( $k_v = 8.47$ )

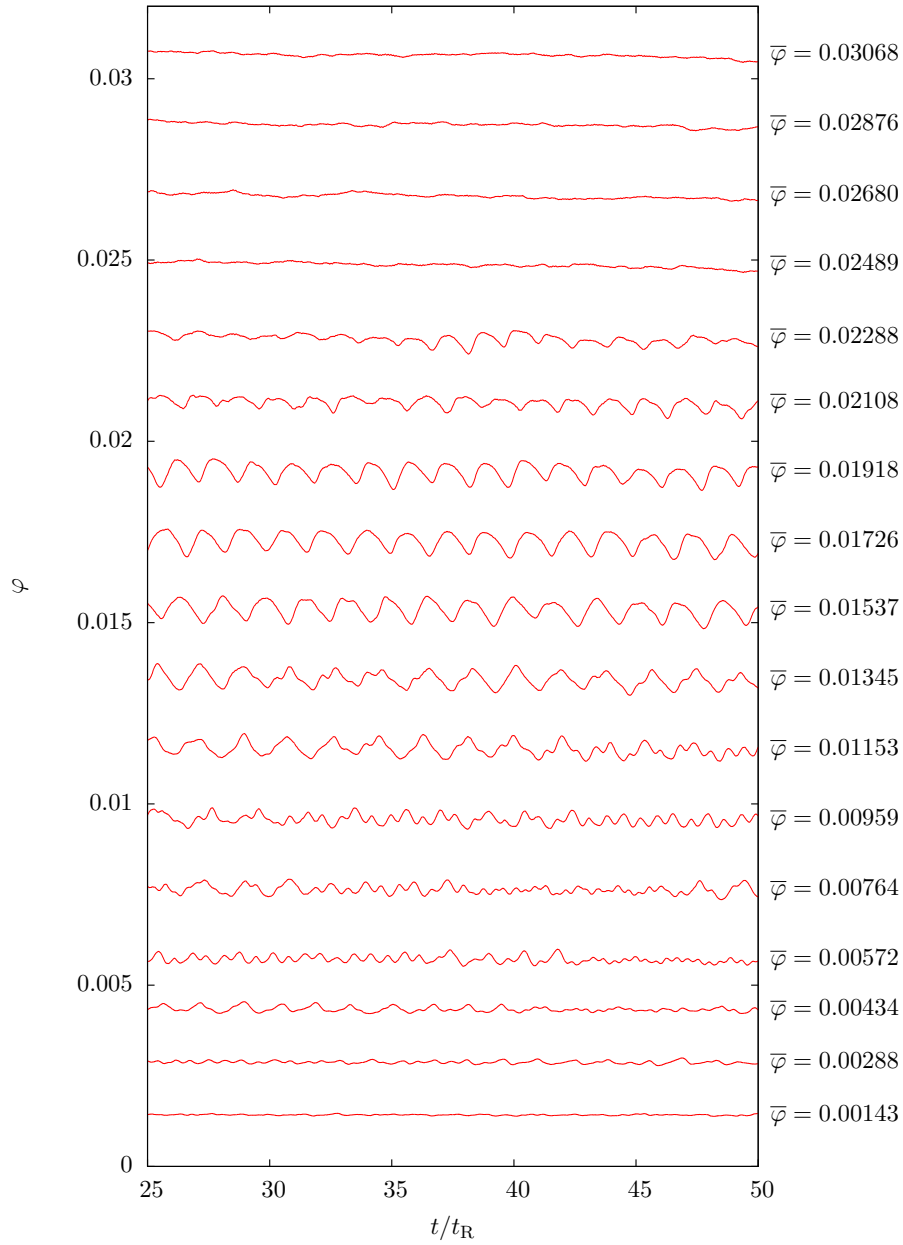
sustava čini masa fluida sadržana u domeni numeričkog modela. To je masa koju simulacija “vidi”. U stvarnosti, inerciju sustava čini ne samo masa fluida sadržanog unutar ventilatora i pripadnoj armaturi, već i prividna masa fluida izvan stroja koju ventilator pobuđuje na gibanje, kako na usisnoj, tako i na tlačnoj strani. Zbog toga su ove oscilacije protoka daleko slabije zamjetne na fizikalnom modelu.

Kinematički uzrokovane oscilacije masenog toka u pojedinim rotorskim kanalima prisutne su i kod većih protoka, kao posljedica interakcije između rotora i spiralnog kućišta. Na slici (5.30) vidljivo je da oscilacije protoka u rotorskim kanalima egzistiraju u svim režimima rada. Kod nižih protoka, fluktuacije uslijed rotirajućeg prekida superponiraju se na oscilacije izazvane interakcijom. Periodogrami na slici (5.31) jasno ističu snažnu komponentu na frekvenciji identičnoj brzini vrtnje, te njenih viših harmonika. Kod većih protoka to je i jedina komponenta oscilacija. Kod nižeg protoka uočava se jednaki uzorak kao i većeg protoka, ali se u signalu javlja i dodatna komponenta na subsinhronoj frekvenciji, koja predstavlja rotirajući prekid strujanja.

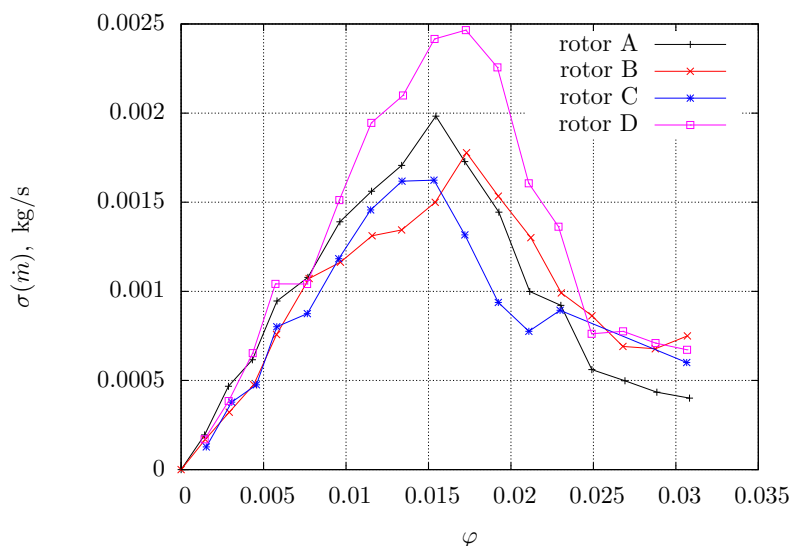
Naime, razlike između peridograma masenih protoka u pojedinačnim rotorskim kanalima vrlo su male, što znači da su zbivanja u svim kanalima statistički jednaka, iako



**Slika 5.27** – CFD radne karakteristike u ovisnosti o geometriji rotora (prikazano je samo područje nižih protoka od interesa za studiju).



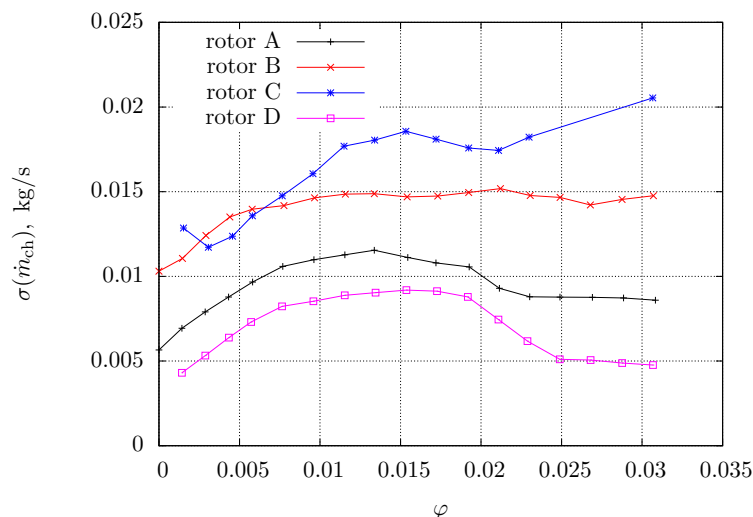
**Slika 5.28** – Prikaz fluktuacija ukupnog masenog protoka u vremenskoj domeni u različitim radnim točkama (pri različitim srednjim vrijednostima ukupnog masenog protoka), rotor “D”



**Slika 5.29** – Intenzitet oscilacija (RMS) ukupnog masenog protoka  $\dot{m}$  u različitim radnim točkama. Porast intenziteta u području nižih protoka  $\phi = 0.020 \div 0.025$ .

ne nužno istovremena. I činjenica da fluktuacije ukupnog masenog protoka nisu zbroj fluktuacija u pojedinačnim kanalima znak je da se pojave u bilo kojem trenutku odvijaju samo u ograničenom broju kanala. To, kao i nejednakost frekvencije vrtnje rotora i frekvencije oscilacija protoka u kanalima znači da se pojava koja izaziva fluktuacije protoka relativno giba u odnosu na rotor, odnosno da se premješta iz jednog kanala susjedni.

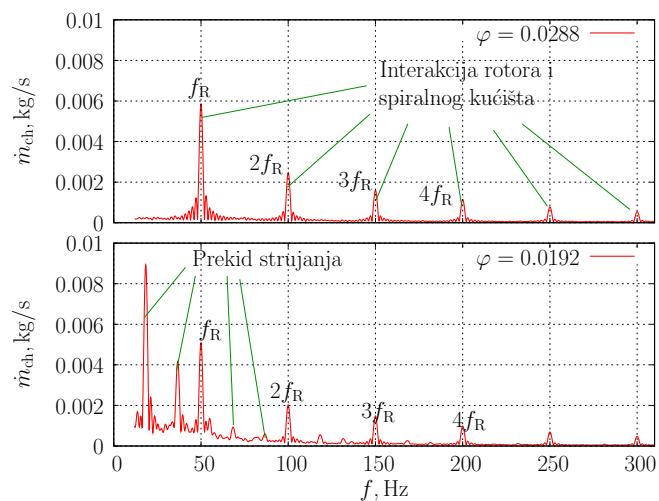
Interakcija između rotora i statora te zaustavljanje strujanja u rotorskim kanalima koji prolaze pored jezičca spirale uzrok je osno nesimetrične slike strujanja u odnosu na os rotacije. Nesimetrija se manifestira na poljima tlaka i brzine te dovodi do nesimetrične razdiobe toka već u usisnoj cijevi. Na slici (5.32) prikazano je polje tlaka u rotoru ventilatora pri velikom protoku kod kojeg još ne dolazi do pojave nestacionarnih strujnih pojava. U međulopatičnom kanalu koji je blokiran spiralnim kućištem nema protoka niti prirasta tlaka te se nalazi pod nižim tlakom koji je identičan onomu u središtu rotora. Na istoj slici prikazan je i osno nesimetrični profil brzine u usisnoj cijevi na udaljenosti jednog polumjera od usisnog ušća. Tok dolaznog fluida se otklanja u smjeru koji nije u potpunosti dijametralno suprotan položaju jezičca spirale, već se nalazi pod kutem od oko  $120^\circ$  u odnosu na položaj jezičca. Ova pojava se javlja u svim režimima rada,



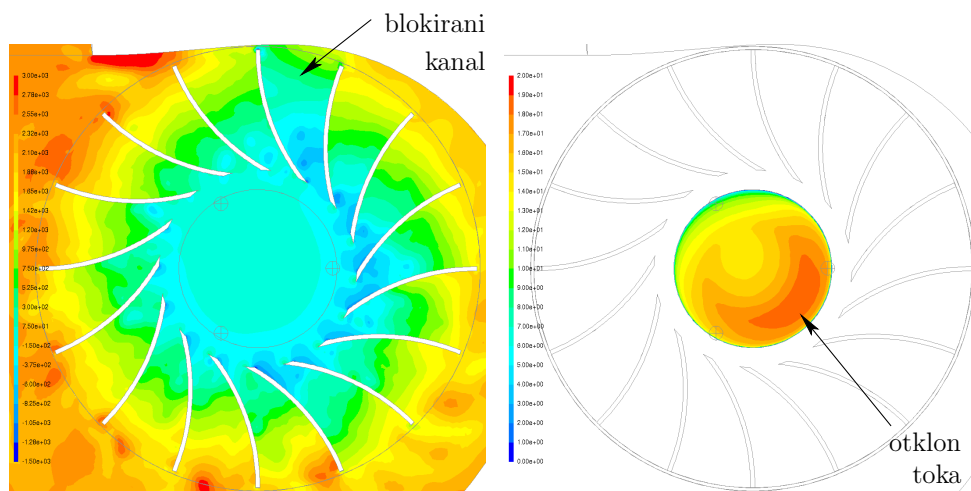
**Slika 5.30** – Intenzitet oscilacija (RMS) masenog protoka u međulopatičnim kanalima rotora,  $m_{ch}$ . Napomena: radno kolo “C” posjeduje dvostruko manji broj lopatica od preostalih kola te je stoga nominalni protok u međulopatičnom kanalu kola “C” dvostruko veći.

neovisno o protoku.

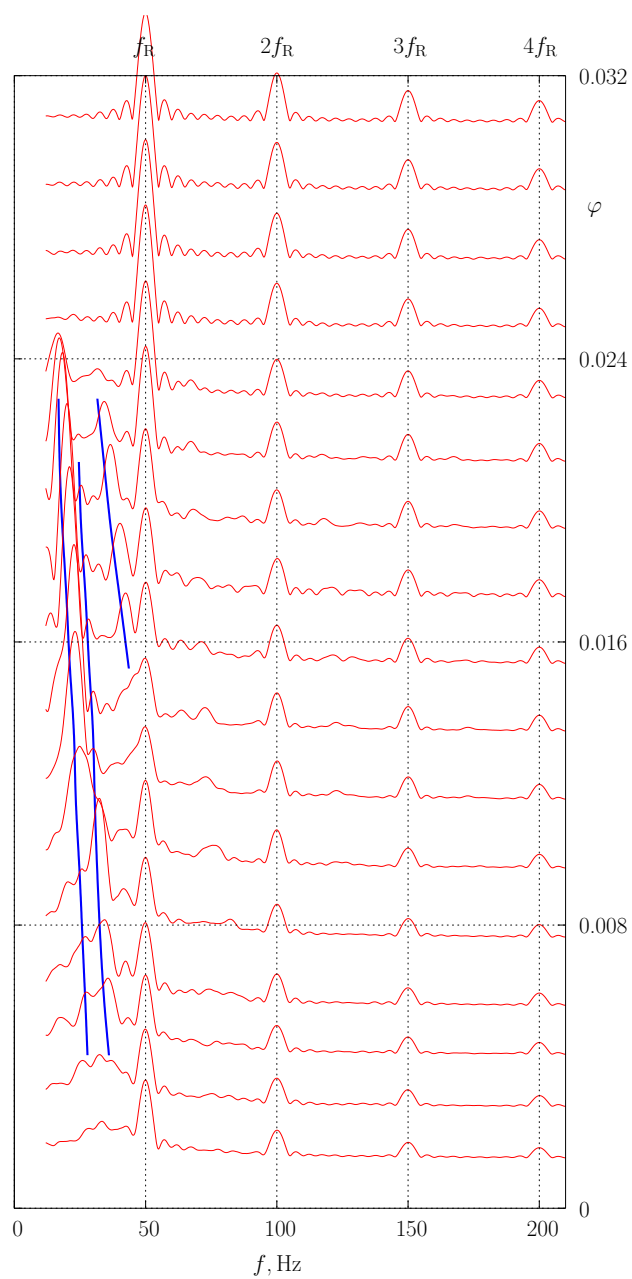
Periodogrami masenog protoka kroz rotorske kanale, u ovisnosti o ukupnom protoku dani su slikom (5.33). “Peakovi” na 50 Hz i višim harmonicima predstavljaju poremećaj toka u međulopatičnom kanalu uzrokovan prolaskom lopatice pored jezička spiralnog kućišta. Amplituda sinhronih poremećaja proporcionalna je protoku. Pored sinhronih oscilacija, na dijagramu su vidljive subsinhronne oscilacije u području  $f < 50$  Hz. Kod većih protoka, subsinhronne oscilacije su obilježene prominentnim “peakom” te njegovim višim harmonikom na dvostrukoj frekvenciji (obilježeni su kraćom linijom). Snižanjem protoka frekvencija subsinhronog poremećaja raste, a dvostruki harmonik doseže frekvenciju vrtnje te se stapa s sinhronim kinematičkim oscilacijama. Povećanje frekvencije subsinhronog poremećaja je gotovo linearno s sniženjem protoka. Nakon nestanka drugog harmonika, dakle kada frekvencija osnovnog poremećaja dosegne polovicu brzine vrtnje, “peak” gubi svoju prominenciju, odnosno frekvencija poremećaja postaje manje točna i varira u određenom frekvenzijskom pojasu. Približenjem protoka nuli, amplituda subsinhronih poremećaja lagano iščezava.



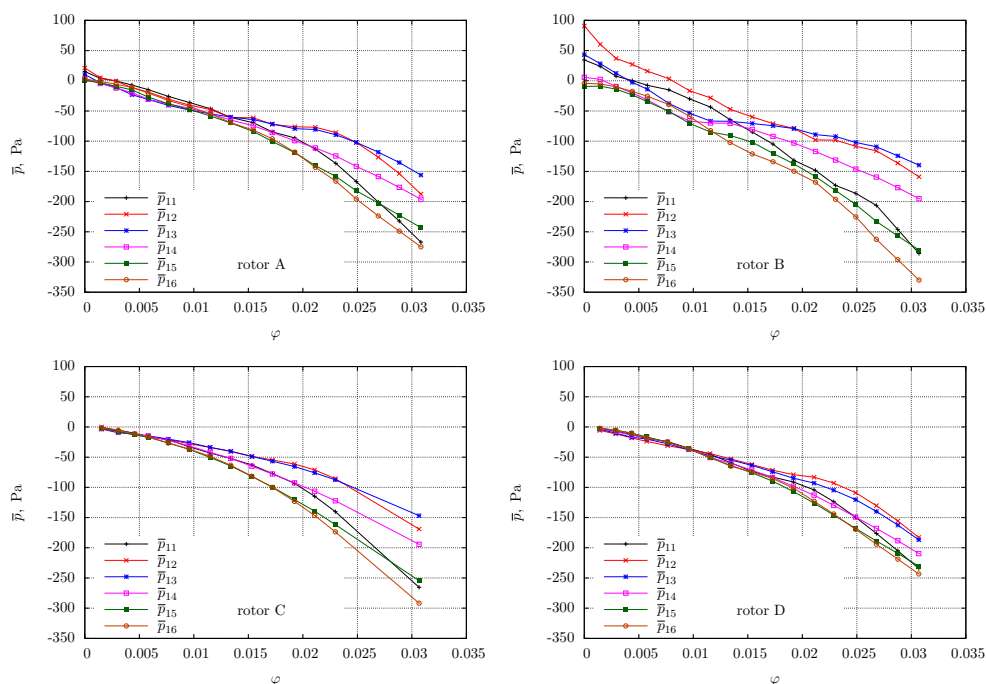
**Slika 5.31** – Periodogram varijacija protoka u pojedinim rotorskim kanalima. Gore: sinhrona interakcija između rotora i kućišta,  $\varphi = 0.0288$ . Dolje: sub- i supersinhrona fluktuacije uslijed rotirajućeg prekida strujanja superponiraju se na varijacije uslijed interakcije rotora i statora,  $\varphi = 0.0192$ . Rotor “D”



**Slika 5.32** – Interakcija rotora i statora. Lijevo: polje tlaka u rotoru. Desno: profil aksijalne brzine u ususnoj cijevi, 2 cm prije ušća. Otklon toka u smjeru dolje-desno.  $\varphi = 0.0311$ , rotor “A”



**Slika 5.33** – “Waterfall” dijagram masenog protoka u međulopatičnom kanalu rotora  $\dot{m}_{ch}$ . Naznačeni su trendovi frekvencije subsinhronih oscilacija. Rotor “D”



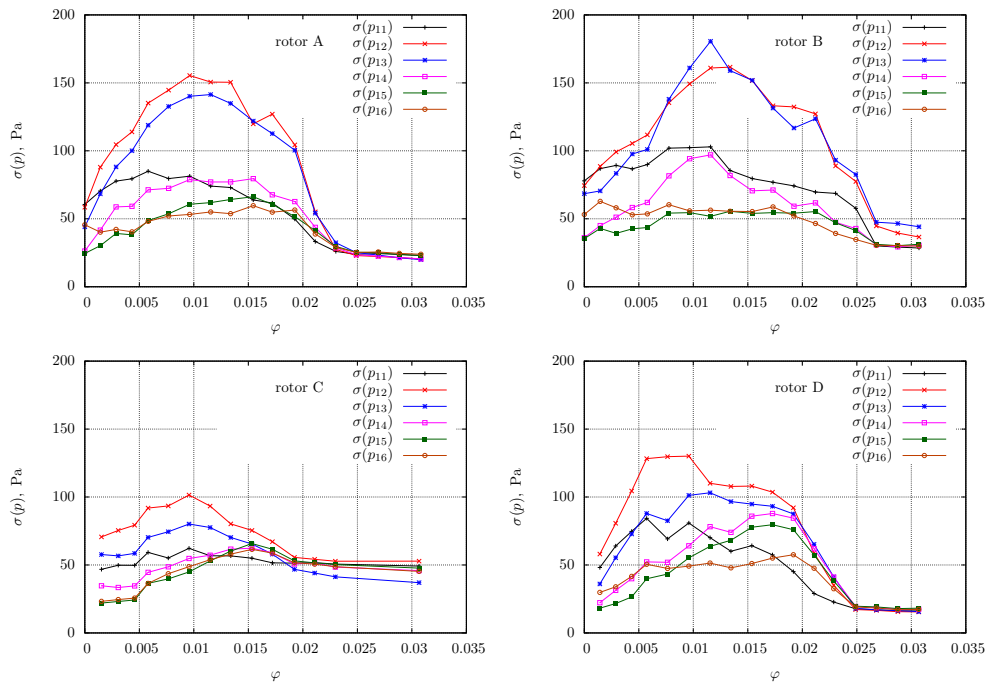
**Slika 5.34** – Srednja vrijednost statičkog tlaka u kontrolnim točkama na obodu usisne cijevi (slika 4.36) u ovisnosti o protoku.

### 5.4.3. Fluktuacije tlaka u kontrolnim točkama na kraju usisne cijevi

Statički tlak na kraju usisne cijevi, prema Bernoullijevoj jednadžbi, odgovara okolišnjem tlaku umanjenom za iznos dinamičkog tlaka brzine i strujnih gubitaka u usisnoj cijevi. Srednje vrijednosti statičkog tlaka u šest točaka na kraju usisne cijevi (slika 4.36) u ovisnosti o protoku, prikazane su na slici 5.34, za sva razmatrana radna kola. Nejednaka vrijednost statičkog tlaka u šest točaka raspoređenih po obodu kraja usisne cijevi, kod većih protoka, posljedica je nejednolike brzine strujanja po presjeku usisne cijevi i otklona fluida spomenutog u prethodnom izlaganju (slika 5.32). Kod nižih protoka se javlja i natražno strujanje te Bernoullijeva jednadžba više ne vrijedi. Kod nižih protoka krivulje u dijagramu konvergiraju, odnosno tlakovi se u promatranim točkama izjednačavaju.

Intenzitet fluktuacija izražen putem RMS (eng. *Root Mean Square*) vrijednosti





**Slika 5.35** – Intenzitet fluktuacija tlaka (RMS) u kontrolnim točkama u ovisnosti o protoku.

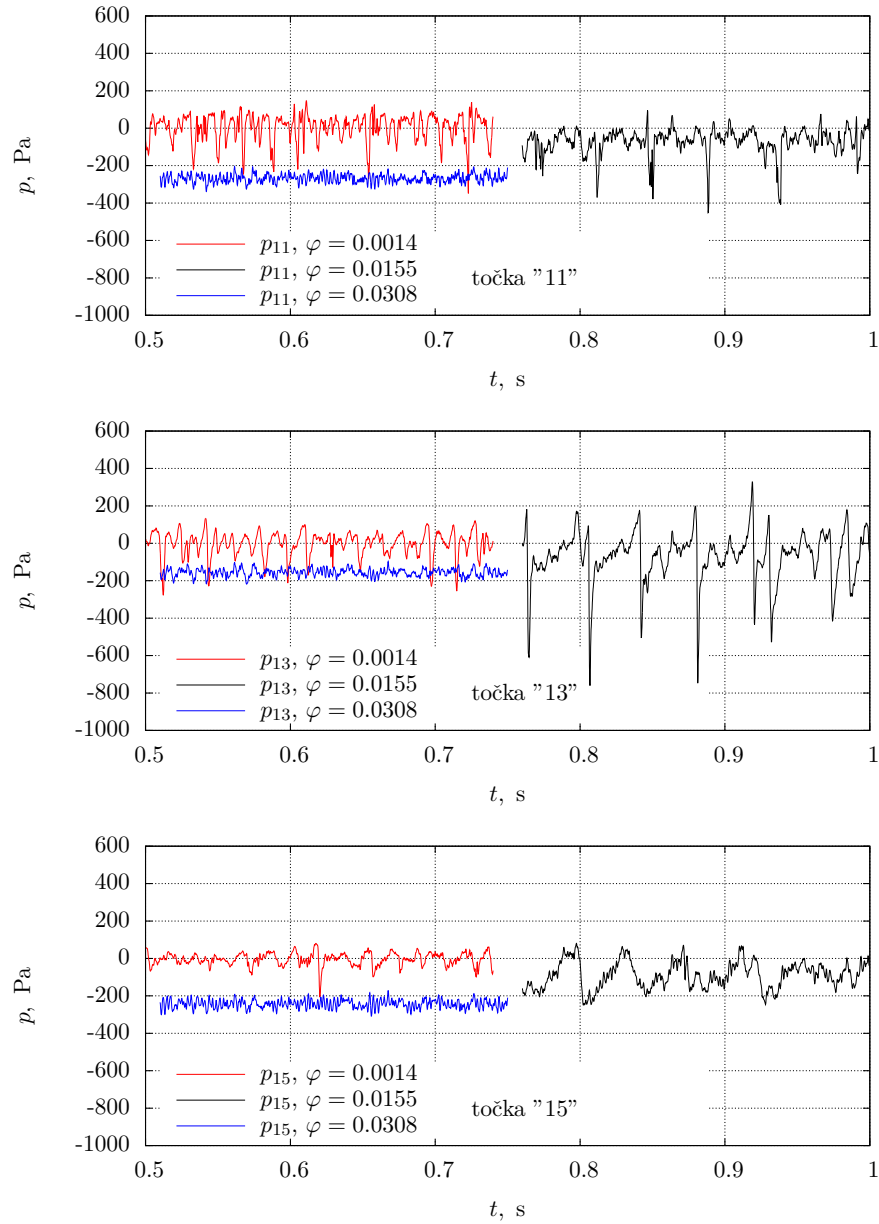
signala predstavlja efektivnu srednju vrijednost odstupanja signala od njegove srednje vrijednosti. Intenziteti fluktuacija tlaka na kraju usisne cijevi prikazani su slikom 5.35. Fluktuacije tlaka kod većih protoka su niske i podjednake u svim točkama. Snižavanjem protoka fluktuacije počinju naglo rasti te postižu svoj maksimum, nakon kojega daljnjim sniženjem protoka opet brzo opadaju. Fluktuacije postižu maksimum kod približno jednakog protoka kod kojega srednje vrijednosti tlaka poprimaju podjednake iznose. I kod fluktuacija postoji već uočena nesimetrija po obodu usisne cijevi, koja je najizrazitija kod radnih kola “A” i “B”.

Usporedba intenziteta fluktuacija tlaka radnog kola “A” s izmjerenim vrijednostima na eksperimentalnom modelu (slika 5.6) pokazuje kvalitativnu ali i kvantitativnu sličnost, s tim da simulacija daje dvostruko veći iznos protoka u kojem fluktuacije počinju rasti, uz napomenu da izmjerene fluktuacije sadrže mnogo šuma tako da preciznija usporedba nije moguća. Također, simulacije pokazuju najveći intenzitet fluktuacija u točkama 12 i 13, dok je mjerenje dalo najveći intenzitet u točki 11.

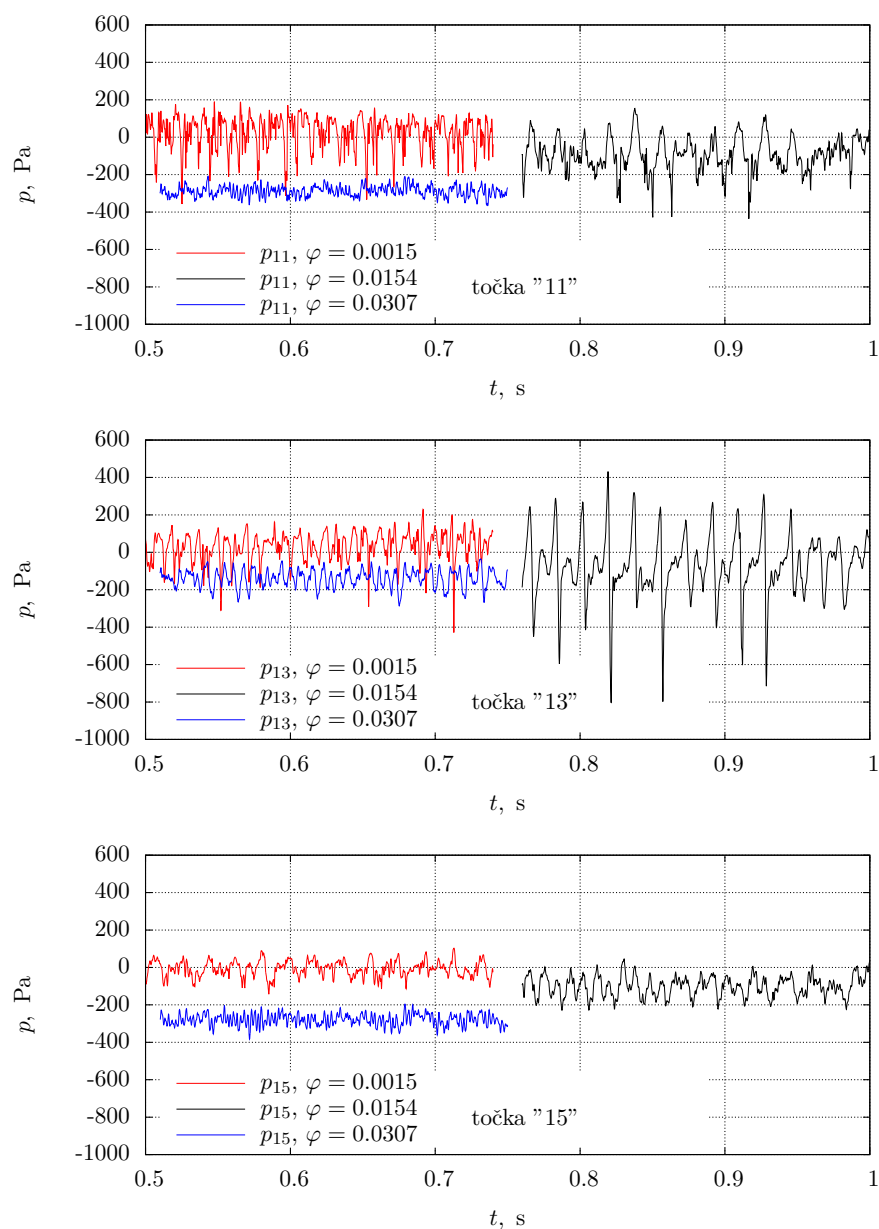
Signal tlaka najbolje karakterizira izravan prikaz valnog oblika, na slikama 5.36 do 5.39. Prikazani su uzorci signala u trajanju od 0.5 s u tri točke, za tri karakteristična protoka, za svako od četiri simuliranih radnih kola. Najveći protok odgovara još uvijek stacionarnom strujanju, kod kojeg se još ne zapažaju nestacionarne strujne pojave karakteristične za niže protoke. Srednji protok od tri nalazi se u području u kojem su nestacionarne pojave najintenzivnije. Najniži protok se već nalazi u području vrlo niskih protoka u kojemu intenzitet pojava slabi proporcionalno smanjenju protoka.

Kod najvećeg protoka, signal tlaka posjeduje najniži intenzitet i stohastičan je, odnosno nema nikakvih posebnih obilježja. Razlika između signala u različitim točkama kao i u različitim radnim kolima vrlo je mala. U području srednjeg protoka i intenzivnih nestacionarnih pojava, signal tlaka posjeduje veliku amplitudu i deterministička, prepoznatljiva obilježja, poput trokutastog valnog oblika ili pozitivnih i negativnih oštih “peakova” u vrlo pravilnim vremenskim intervalima. Valni oblici signala u susjednim točkama značajno se razlikuju, a još veća razlika postoji između pojedinačnih radnih kola. Amplituda signala najveća je u točki “13”, a najniža u točki “15”, što je posljedica već spominjane nesimetrične distribucije toka na ulazu u rotor.

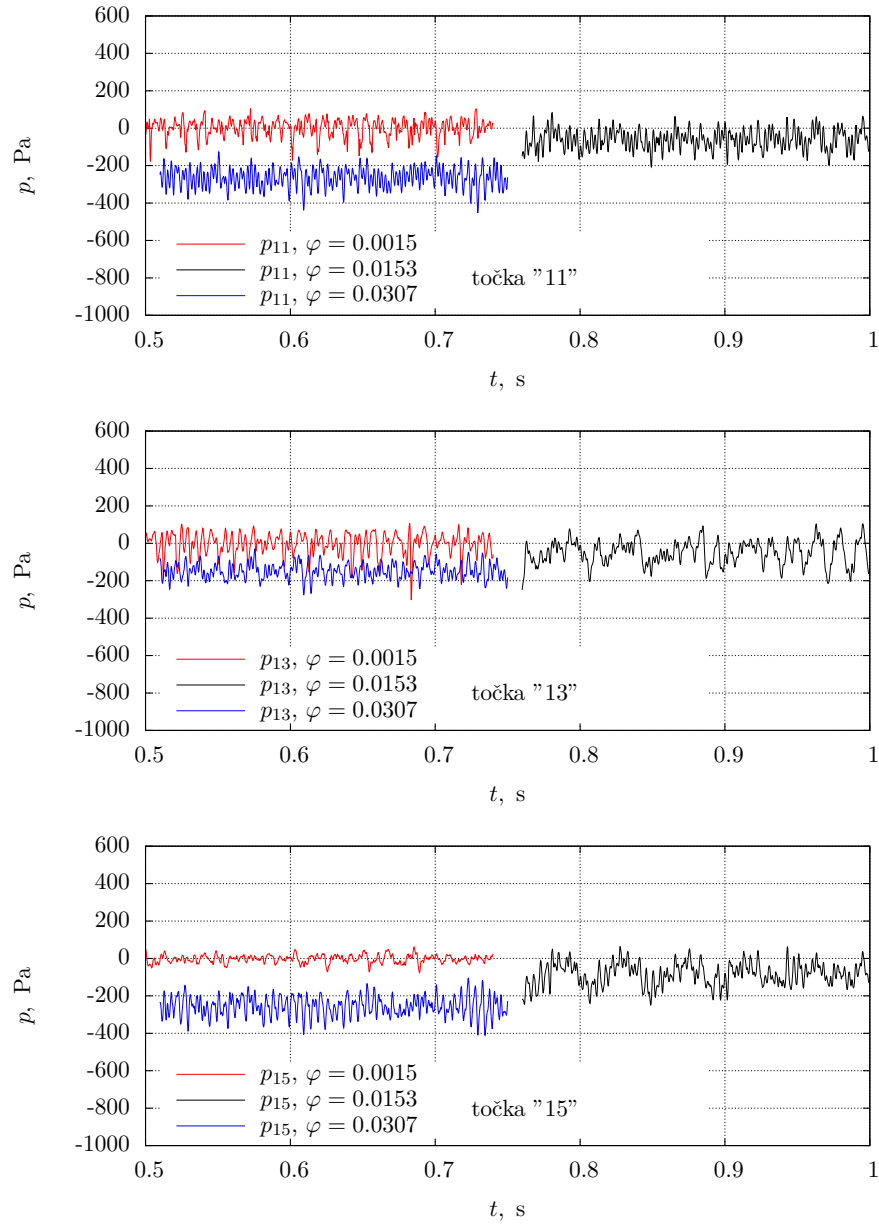
U području najnižih protoka, amplituda signala tlaka opada, gotovo linearno s protokom. Fluktuacije tlaka postaju opet stohastične, ali ipak zadržavaju nešto od prepoznatljivih obilježja viđenih u području jakih fluktuacija. Stječe se dojam da je stohastička komponenta signala prisutna u svim režimima rada, na koju se superponira



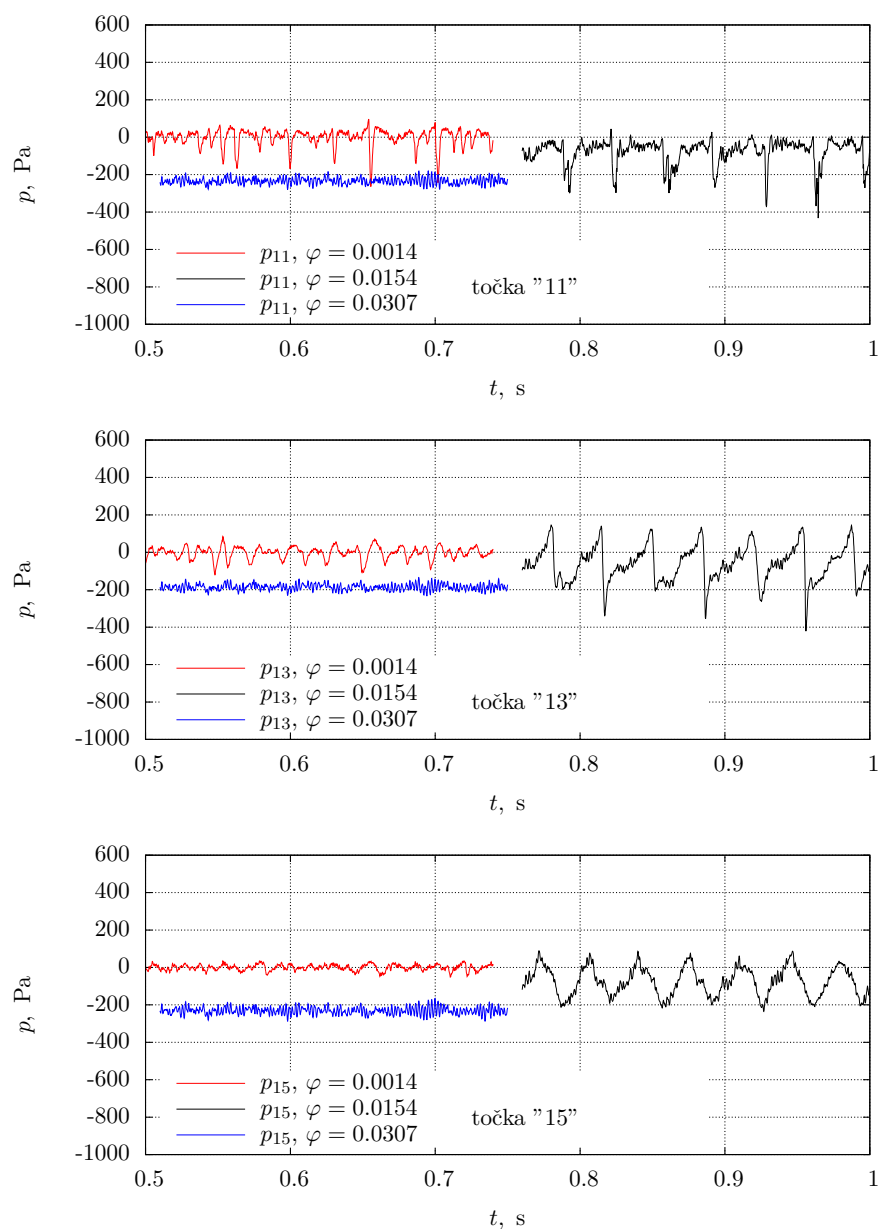
**Slika 5.36** – Uzorci fluktuacija tlaka snažno ovise o protoku i poziciji očitavanja. Točke "11", "13" i "15", protok prije i za vrijeme pojave rotirajućeg prekida strujanja te neposredno prije zatvaranja regulacijskog ventila, rotor "A".



**Slika 5.37** – Uzorci fluktuacija tlaka u točkama "11", "13" i "15", protok prije i za vrijeme pojave rotirajućeg prekida strujanja te neposredno prije zatvaranja regulacijskog ventila, rotor "B".



**Slika 5.38** – Uzorci fluktuacija tlaka u točkama “11”, “13” i “15”, protok prije i za vrijeme pojave rotirajućeg prekida strujanja te neposredno prije zatvaranja regulacijskog ventila, rotor “C”.



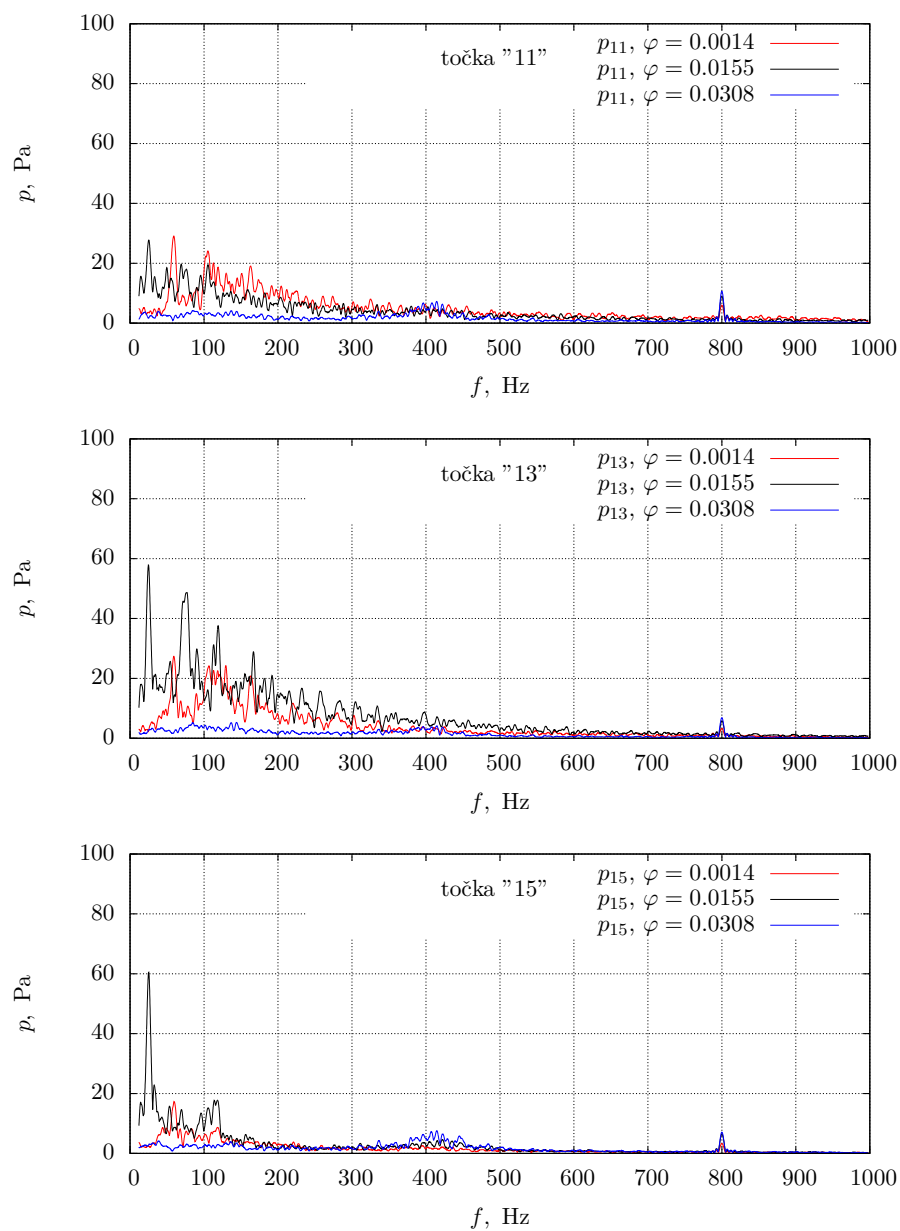
**Slika 5.39** – Uzorci fluktuacija tlaka u točkama "11", "13" i "15", protok prije i za vrijeme pojave rotirajućeg prekida strujanja te neposredno prije zatvaranja regulacijskog ventila, rotor "D".

snažan signal jakih fluktuacija a koji se opet, kod najnižih protoka, gubi.

Spektralna analiza prikazanih valnih oblika signala tlaka u točkama na kraju usisne cijevi dana je na slikama 5.40 do 5.43. Kod svih razmatranih signala prisutna je komponenta na frekvenciji prolaska lopatica (BPF, eng. *Blade Passing Frequency*), amplitude neovisne o položaju točke i protoku kod sva tri radna kola s 16 lopatica. Kod radnog kola "C" s 8 lopatica, komponenta signala na frkvenciji prolaska lopatice je višestruko snažnija, te dominantna u odnosu na sve ostale komponente signala.

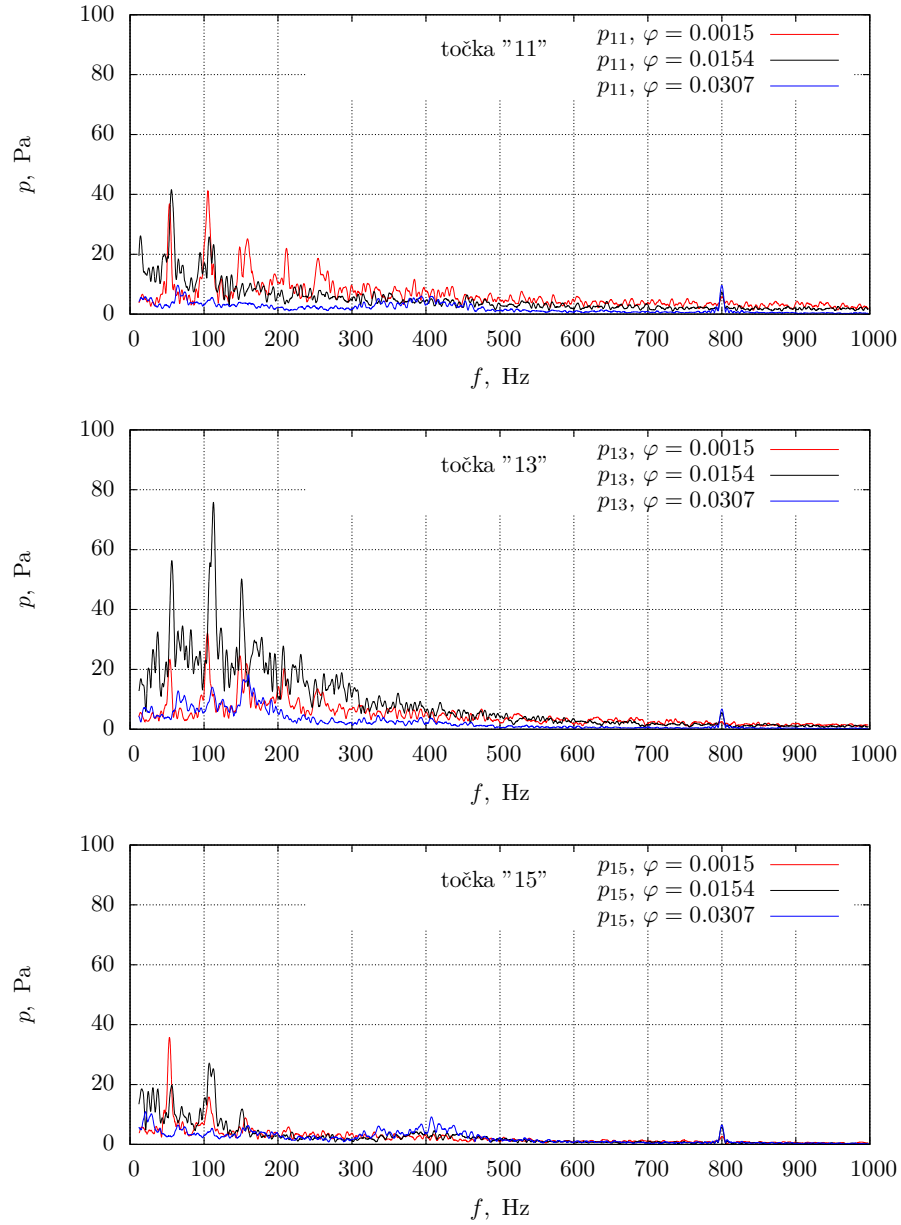
Sličnost signala tlaka u svim točkama i kod svih rotora kod najvećeg protoka vidljiva je i u periodogramu. Signali sadrže spomenuti "peak" na frekvenciji prolaska lopatica te "brijeg" u rasponu frekvencija u rasponu  $300 \div 500$  Hz (kod rotora s 8 lopatica na upola nižim frekvencijama). Kod srednjeg protoka, u području snažnih fluktuacija, signal sadrži dominantnu komponentu u području  $20 \div 30$  Hz, a često i dodatne "peakove" na ekvidistantnim višim frekvencijama, s time da je signal najniže frekvencije obično dominantan. Signali se znatno razlikuju, i na susjednim lokacijama u istom radnom kolu, i između pojedinih radnih kola. Kod najnižih protoka, signal zadržava kvalitativno jednak oblik kao i kod većeg protoka, ali s nižim amplitudama i pomaknut prema višim frekvencijama.

U usporedbi s peridodogramom masenog protoka u pojedinim rotorskim kanalima (slika 5.33), signal tlaka je daleko složeniji i nije moguće jednoznačno povezati pojavu rotirajućeg prekida strujanja s pulsacijama tlaka u usisnoj cijevi. Po svemu sudeći, prekid strujanja pobuđuje složenije obrasce strujanja u ulaznom dijelu ventilatora i to se manifestira u signalu tlaka.

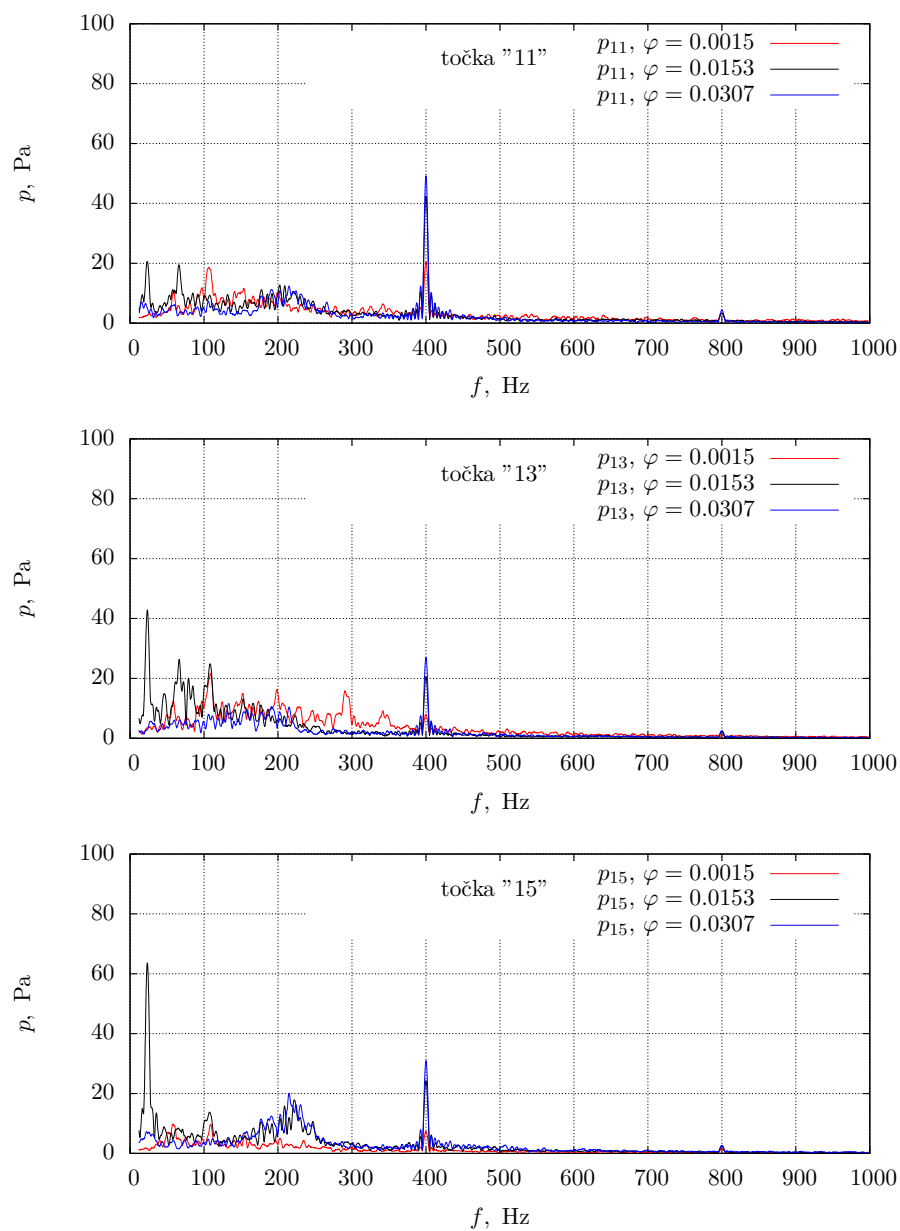


**Slika 5.40** – Frekvencijska karakterizacija uzoraka fluktuacija tlaka iz dijagrama (5.36). Točke "11", "13" i "15", rotor "A".

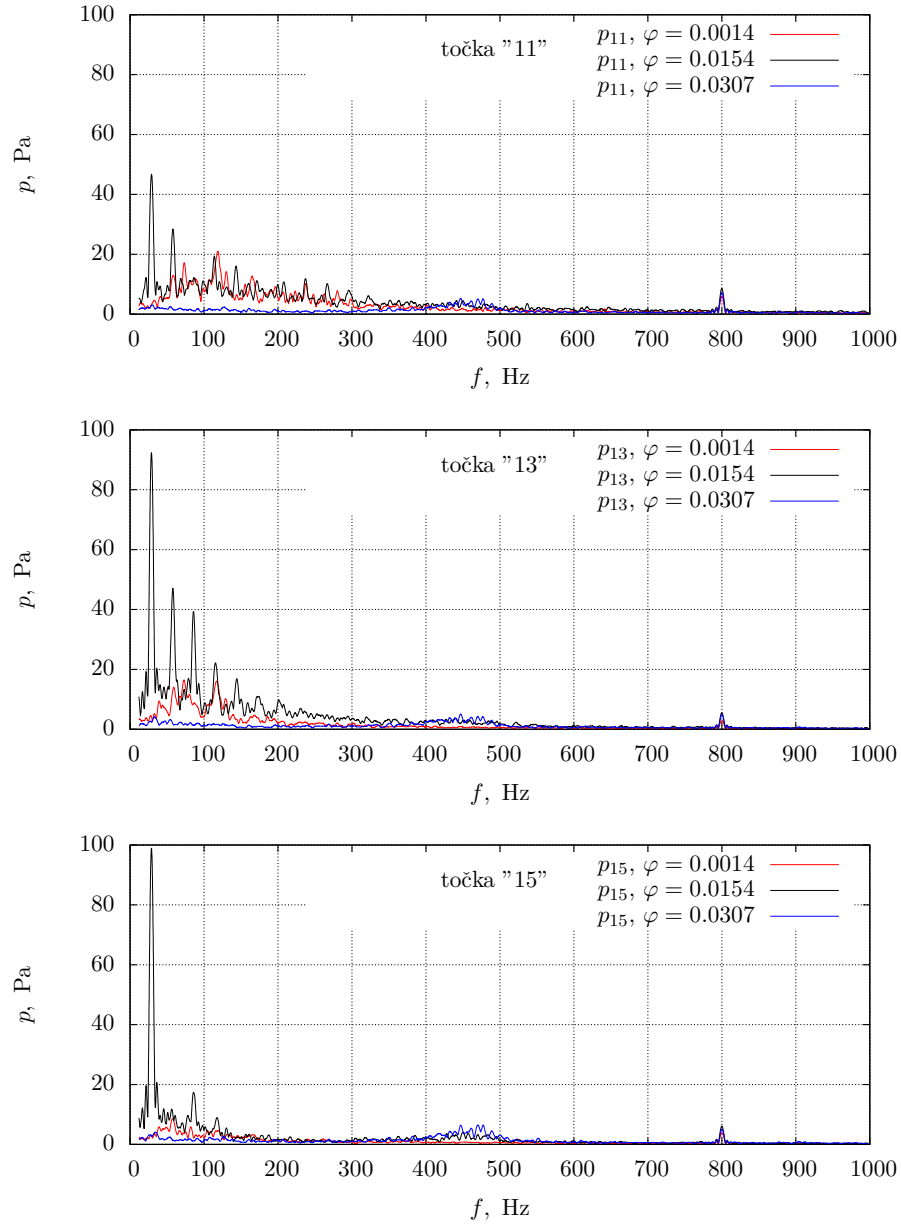




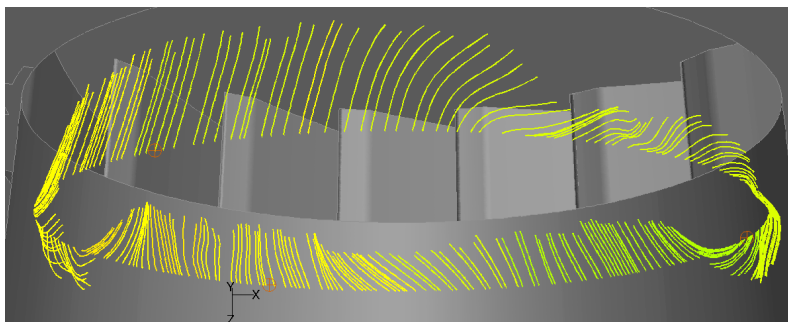
**Slika 5.41** – Frekvencijska karakterizacija uzoraka fluktuacija tlaka iz dijagrama (5.37).  
Točke "11", "13" i "15", rotor "B".



**Slika 5.42** – Frekvencijska karakterizacija uzoraka fluktuacija tlaka iz dijagrama (5.38). Točke "11", "13" i "15", rotor "C".



**Slika 5.43** – Frekvencijska karakterizacija uzoraka fluktuacija tlaka iz dijagrama (5.39).  
Točke "11", "13" i "15", rotor "D".



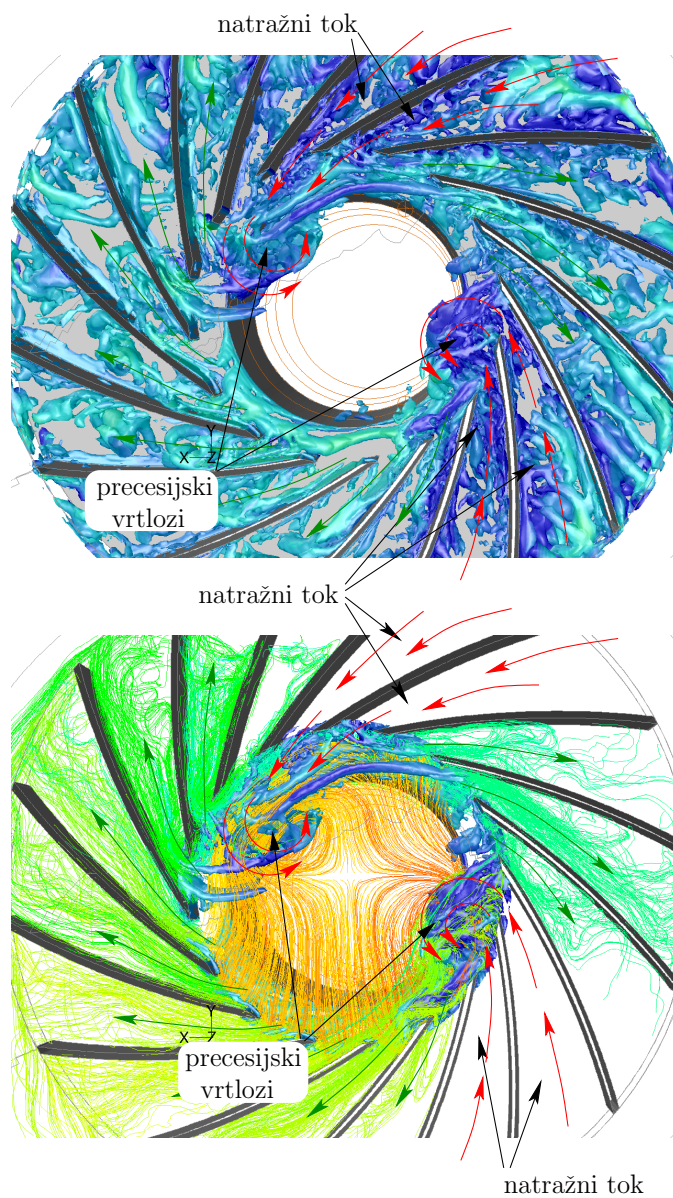
**Slika 5.44** – Prikaz prodora precesijskih vrtloga u usisnu cijev pomoću simuliranih vunenih niti. Niti pokazuju natražni smjer strujanja unutar vrtloga. Radno kolo “D”,  $\varphi = 0.0076$ ,  $t = 0.9765$  s

#### 5.4.4. Vizualizacija rotirajućeg prekida strujanja i nastanak predvrtloga

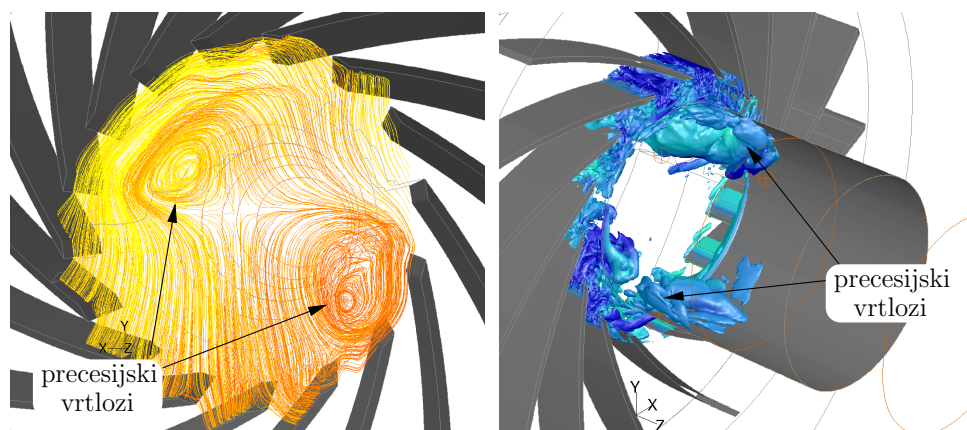
Vremenske vizualizacije strujanja u centrifugalnom ventilatoru nastale animacijom trenutačnih slika strujanja koje su spremene u toku nestacionarne simulacije, pružaju dobar uvid u nestacionarne strujne pojave. Animacije pokazuju da u kanalima rotora zahvaćenim rotirajućim prekidom strujanja dolazi do pojave snažnog natražnog toka, i to u svim simuliranim radnim kolima. Fluid prestrujava iz spiralnog kućišta odnosno periferije radnog kola kroz međulopatične kanale u središte rotora. Animacije su izvođene u mirujućem referentnom sustavu kao i referentnom sustavu radnog kola (promatrač “stoji” na radnom kolu te se giba zajedno s njim). Na slici (5.45) prikazano je radno kolo s dvije aktivne ćelije rotirajućeg prekida strujanja, od kojih svaka zahvaća najmanje dva međulopatična kanala (broj ćelija i broj zahvaćenih kanala nije stabilan, ćelije se pojavljuju i nestaju). Kanali zahvaćeni prekidom strujanja mogu se prepoznati kao “prazni” na vizualizaciji uz pomoć relativnih strujnica kojima je izvor na ulazu u kanale, jer se strujnice u njima ne prostiru u smjeru periferije nego u smjeru središta radnog kola.

Fluid koji se iz međulopatičnih kanala ulijeva u središte radnog kola, u srazu sa dolaznim fluidom iz usisne cijevi, u prostoru omeđenom ulaznim bridovima lopatica s vanjske strane, formira vrtloge koji izvide precesijsko gibanje oko osi rotacije radnog kola. Vrtlozi prate premještanje ćelija rotirajućeg prekida strujanja.

S unutarnje strane, prostor formiranja precesijskih vrtloga nije ograničen, te



**Slika 5.45** – Natražno strujanje i pojava precesijskih vrtloga pred ulazom u rotorske kanale pri rotirajućem prekidu strujanja. Prikaz pomoću izopovršina  $Q = 2.0 \cdot 10^6 \text{ s}^{-2}$  i strujnica, rotor “D”,  $\varphi = 0.0076$ , u trenutku  $t = 0.9765 \text{ s}$



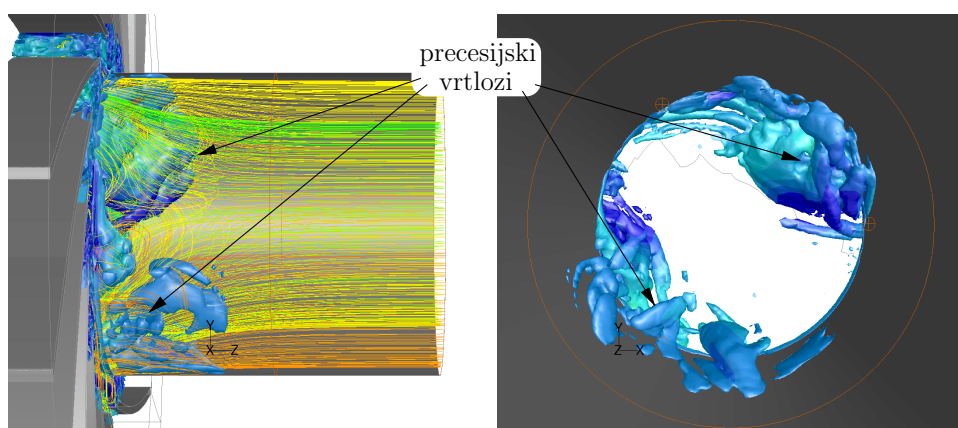
**Slika 5.46** – Lijevo: prikaz precesijskih vrtloga pomoću strujnica. Desno: prodiranje precesijskih vrtloga u usisnu cijev,  $Q = 1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2}$ . Radno kolo “D”,  $\varphi = 0.0076$ ,  $t = 0.9765 \text{ s}$

precesijski vrtlozi često zahvaćaju ne samo širinu rotorskog kanala na ulazu, već zalaze i u usisnu cijev (slika 5.46 desno). Prolazak središta vrtloga pored točke u kojoj se mjeri signal tlaka vjerojatni je uzrok pojave naglih porasta i propada tlaka poput onih na slici (5.37). Intuitivni prikaz precesijskih vrtloga u oku impelera uz pomoć strujnica dan je na istoj slici lijevo. Strujnice su prikazane uz pomoć apsolutnih brzina.

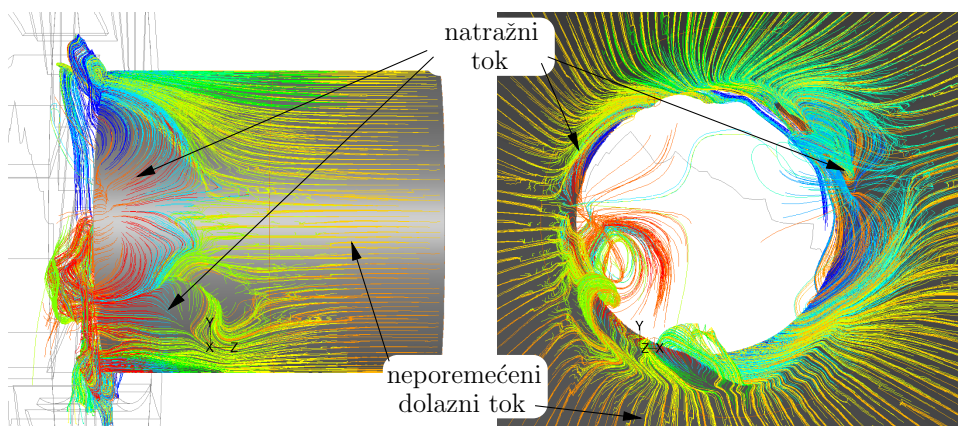
Kratke strujnice ucrtane na kraju usisne cijevi (slika 5.44) podsjećaju na eksperimentalnu vizualizaciju strujanja uz pomoć vunjenih niti. Strujnice trepere i “vijore” prikazujući neporemećenu dolaznu struju ili pak turbulentno natražno strujanje. Strujnice dobro demonstriraju kretanje precesijskog vrtloga koji kruži uzduž oboda usisne cijevi.

Pomoću strujnica moguće je prikazati domet precesijskih vrtloga i natražnog strujanja u usisnoj cijevi (slika 5.47 lijevo). Izopovršine  $Q$ -kriterija prikazuju ne samo velike vrtloge, već i strukturu turbulencije koja vlada u fluidu izbačenom iz rotorskih kanala natražnim strujanjem. Na istoj slici desno može se uočiti kako gornji precesijski vrtlog rotira još punom snagom u usisnoj cijevi, a donji vrtlog se povukao u prostor ograničen temeljnom pločom i pokrovom rotorskih lopatica, a u usisnoj cijevi ostali su njegovi “ostaci” - turbulentni fluid kojega polako ispire i odnosi dolazna, neporemećena struja fluida iz usisne cijevi.

Strujnice s početkom na stijenci usisne cijevi pružaju informaciju o strujanju u



**Slika 5.47** – Lijevo: strujnice i izopovršine  $Q = 1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2}$  prikazuju domet poremećaja u usisnoj cijevi. Desno: Pogled iz usisne cijevi u smjeru rotora. Radno kolo “D”,  $\varphi = 0.0076$ ,  $t = 0.9765 \text{ s}$



**Slika 5.48** – Lijevo: Strujnice s izvorom na stijenci usisne cijevi demonstriraju “sraz” između dolaznog toka i mlaza natražnog toka. Radno kolo “D”,  $\varphi = 0.0076$ ,  $t = 0.9765 \text{ s}$



neposrednoj blizini stijenke. Na slici (5.48) lijevo uočava se mlazni karakter natražnog strujanja uza stijenkicu cijevi. Struja svježeg zraka koji dolazi usisnom cijevi nije dovoljno snažna da se suprotstavi mlazu natražnog toka izbačenog iz rotorskih kanala zahvaćenih prekidom strujanja te ga zaobilazi. Na istoj slici desno vide se iste strujnice ali iz perspektive unutar usisne cijevi te se vide vrtlozi koji se kovitlaju s površine cijevi. Usporedbom s desnom stranom slike (5.47) moguće je zaključiti da se radi o istim precesijskim vrtlozima koji završavaju na stijenci usisne cijevi, kako nalaže Helmholtzov teorem [124].

Slike (5.44) do (5.48) prikazuju isto strujanje u identičnom vremenskom trenutku. .

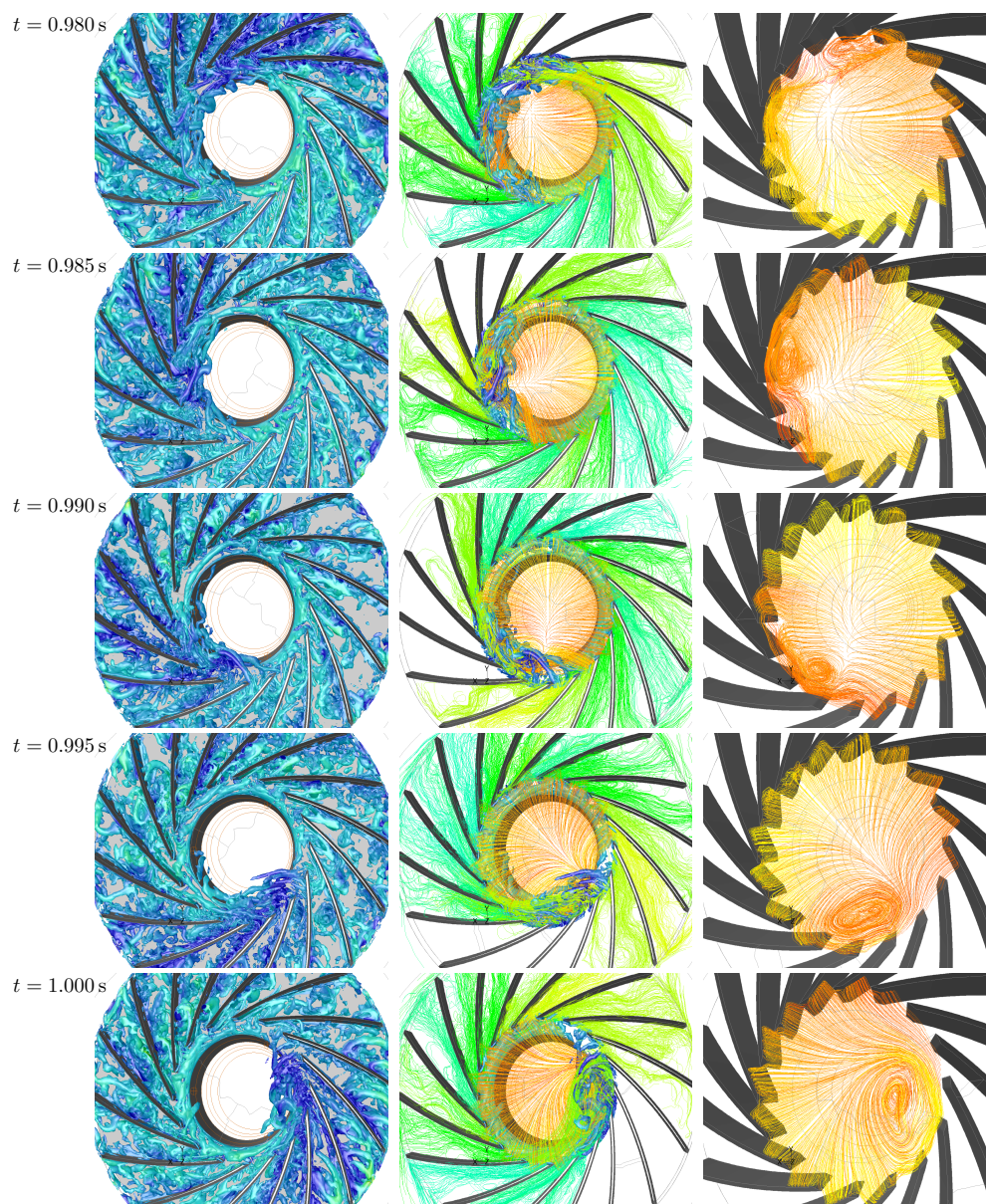
Na slici (5.49) prikazana je sekvencija uzastopnih vizualizacija jednočelijskog rotirajućeg prekida strujanja pri protoku  $\varphi = 0.0135$  u radnom kolu “D” s unazad povijenim lopaticama. Vremenski razmak između pojedinačnih prikaza iznosi 0.005 s ili 1/4 vremena punog okretaja rotora. Prikaz strujanja je uz pomoć izopovršina  $Q$ -kriterija i strujnica. Na prvoj sekvenci (lijevi stupac) uočava se precesijski vrtlog koji nastaje izbacivanjem natražnog toka iz rotorskih kanala zahvaćenih rotirajućim prekidom strujanja. Precesijski vrtlog se okreće oko svoje osi a istovremeno obilazi krug definiran unutarnjim promjerom radnog kola oko osi vrtnje stroja. Brzina obilaska precesijskog vrtloga oko osi stroja niža je od brzine vrtnje.

Na drugom prikazu (srednja kolona) prikazan je precesijski vrtlog, a sa ulaznog polumjera međulopatičnih kanala “puštene” su strujnice (u referentnom sustavu rotora, iz relativnih brzina) koje pokazuju smjer strujanja u rotorskim kanalima. U popunjenim kanalima strujanje je regularno. Prazni ili djelomično popunjeni kanali nalaze se u režimu prekida strujanja. Smjer strujnica nedvojbeno pokazuje da u njima vlada natražno strujanje s periferije prema središtu rotora. Položaj precesijskog vrtloga korespondira sa položajem nepopunjenih kanala. Treća sekvencija (krajnje desna kolona) pomoću strujnica u mirujućem koordinatnom sustavu (pomoću apsolutnih brzina) prikazuje precesijski vrtlog na još jedan, intuitivni način.

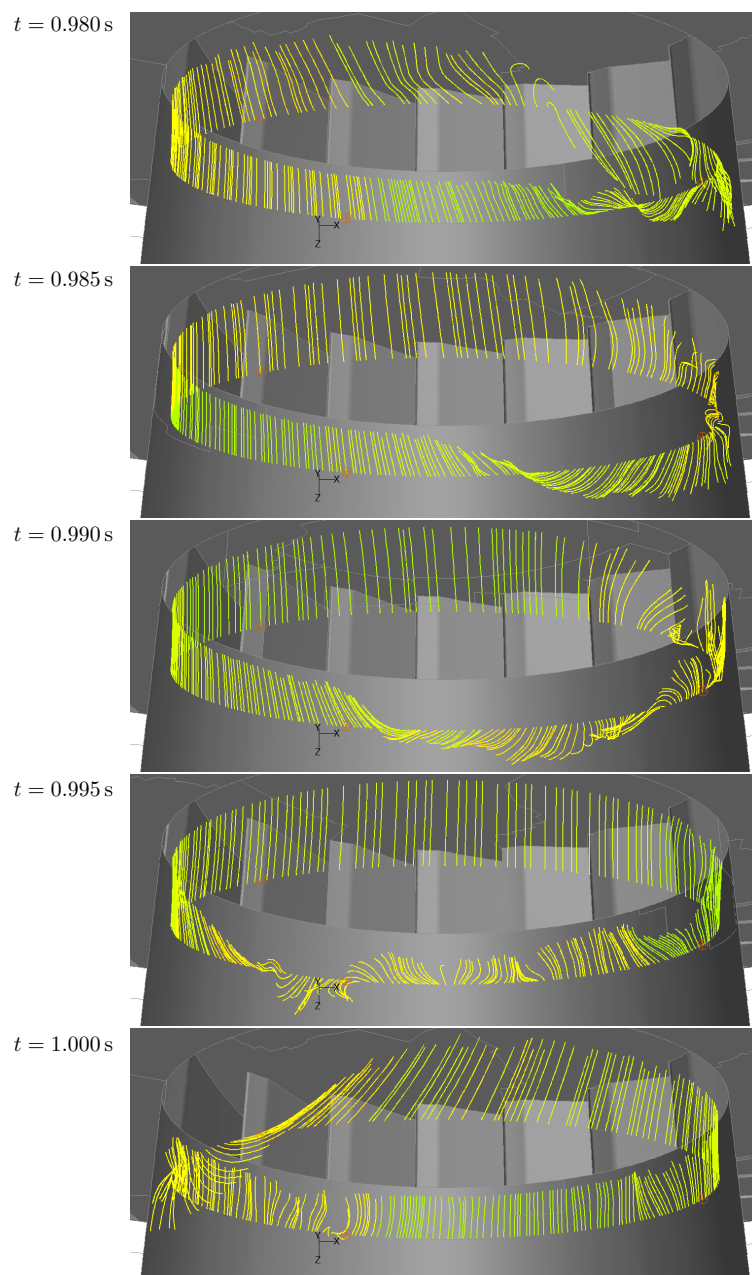
Slika (5.50) prikazuje isti vremenski slijed kao i prethodna slika, s prikazom kratkih strujnica koje kreću s oboda usisne cijevi te predstavljaju ekvivalent eksperimentalnoj vizualizaciji strujanja uz pomoć vunenih niti.

Slika (5.51) prikazuje isto strujanje kao i prethodne sekvencije, ali nešto duljeg vremenskog trajanja. Prikazuje precesijski vrtlog u usisnoj cijevi uz pomoć  $Q$ -kriterija. S obzirom da  $Q$ -kriterij prikazuje vrtložne strukture u turbulentnom strujanju, to znači da precesijski vrtlog sadrži turbulenti fluid izbačen prema središtu ventilatora iz rotorskih

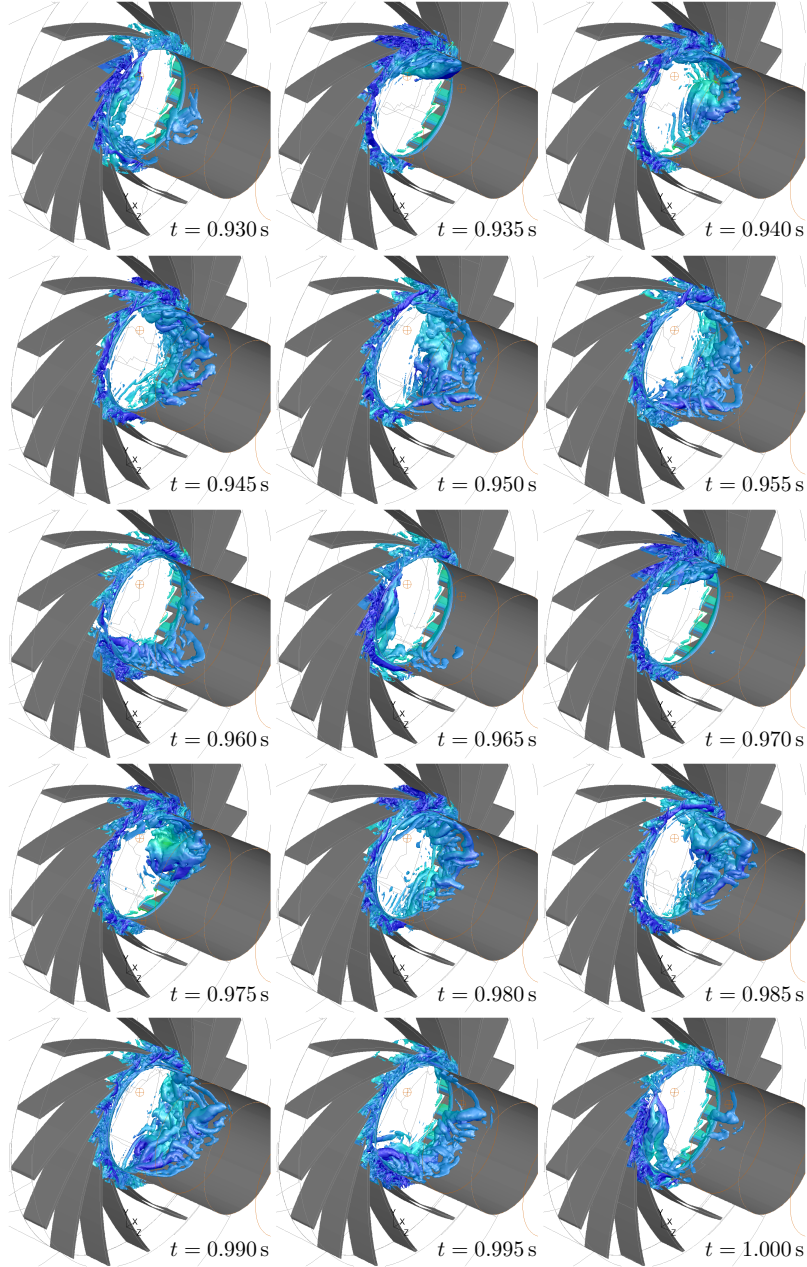




**Slika 5.49** – Premještanje ćelije rotirajućeg prekida strujanja, sekvencija u trajanju jednog punog okretaja rotora. Rotor “D”,  $\varphi = 0.0135$ . Vizualizacija uz pomoć izopovršina  $Q = 2.0 \cdot 10^6 \text{ s}^{-2}$  i strujnica.

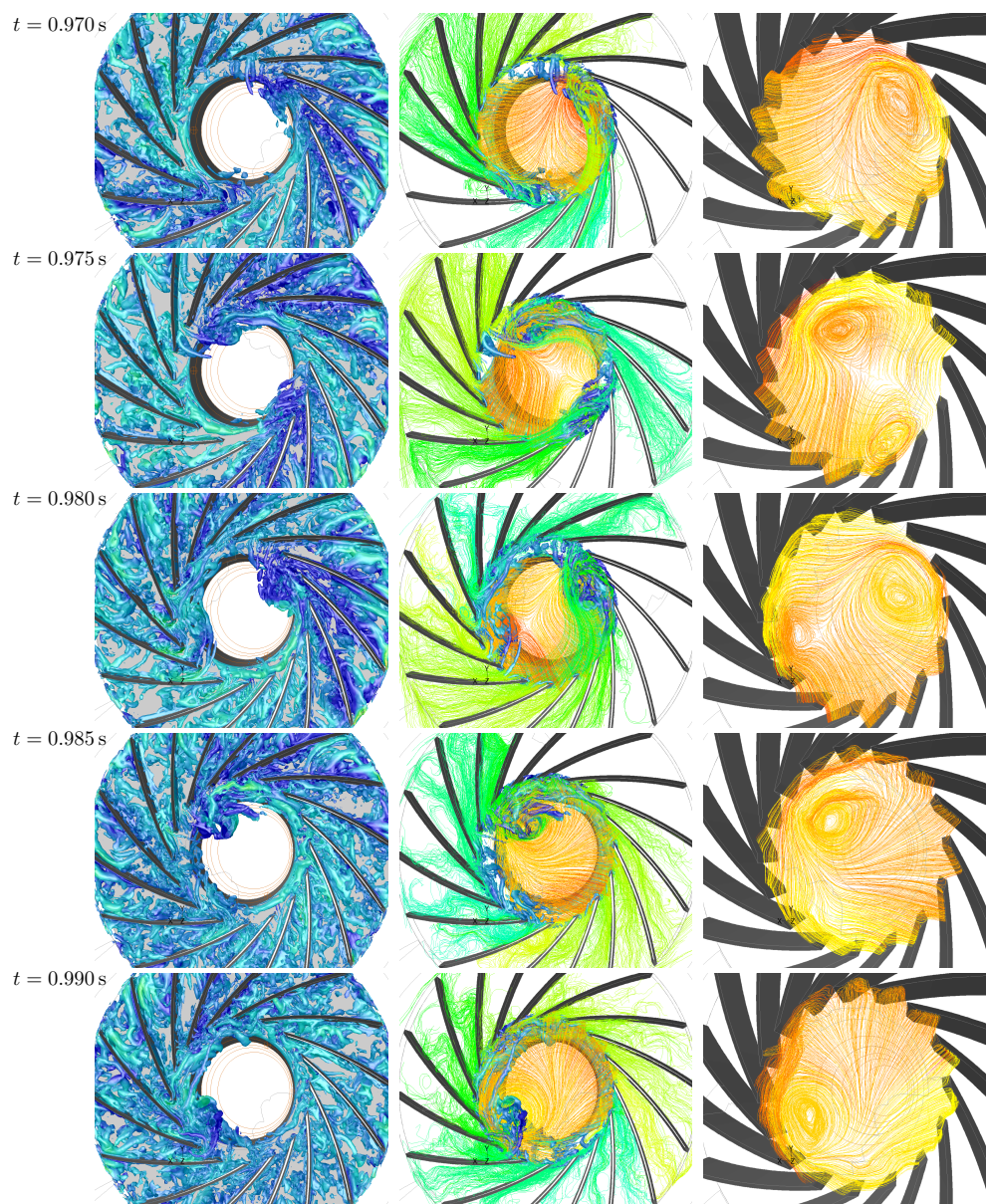


**Slika 5.50** – Sekvencija iz prethodne slike prikazana uz pomoć simulacije vunenih niti, rotor “D”,  $\varphi = 0.0135$

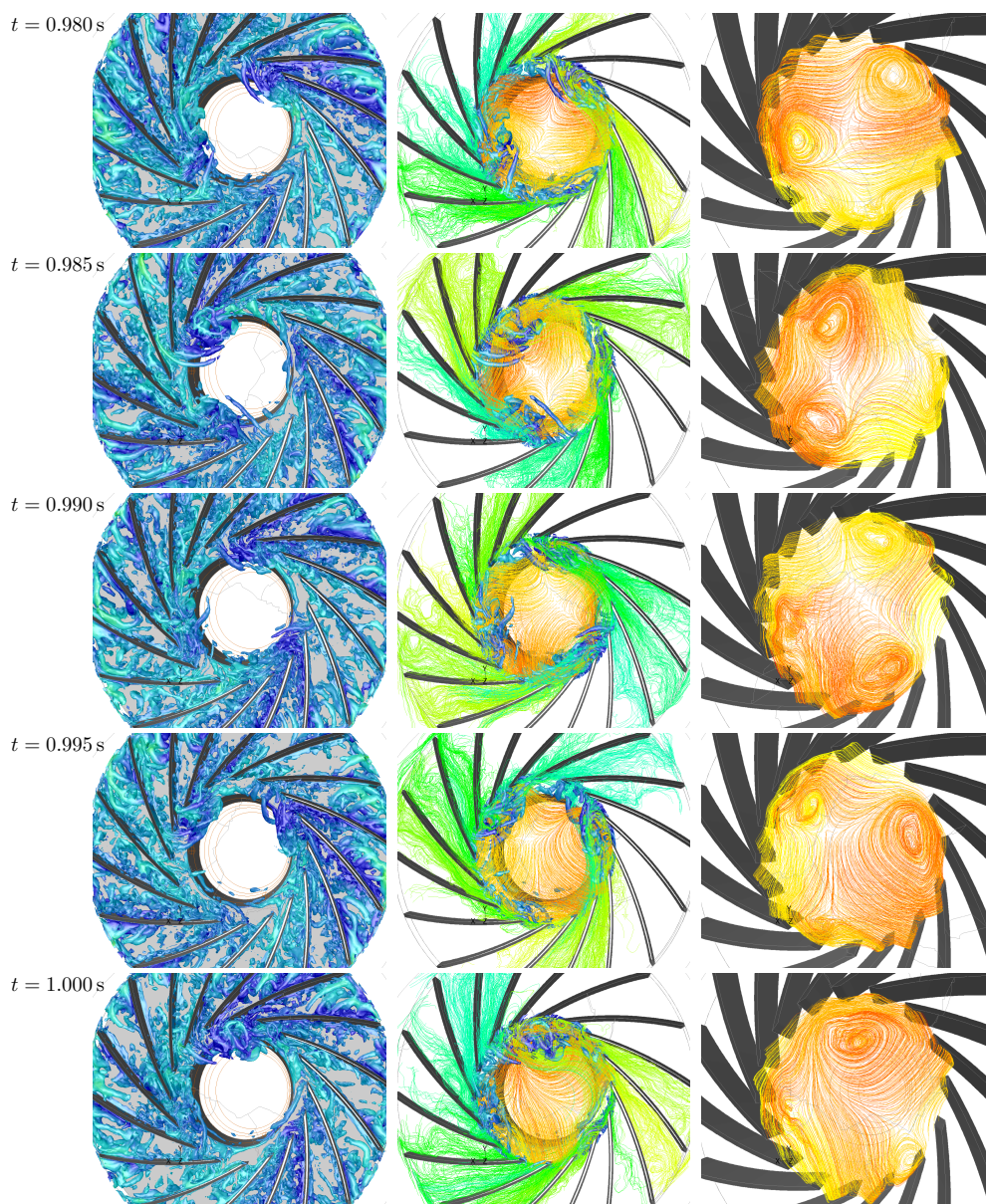


**Slika 5.51** – Trodimenzijski prikaz premještanja precesijskog vrtloga, sekvencija u trajanju  $3.5t_R$  (3.5 okretaja rotora), rotor “D”,  $Q = 1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2}$ ,  $\varphi = 0.0135$

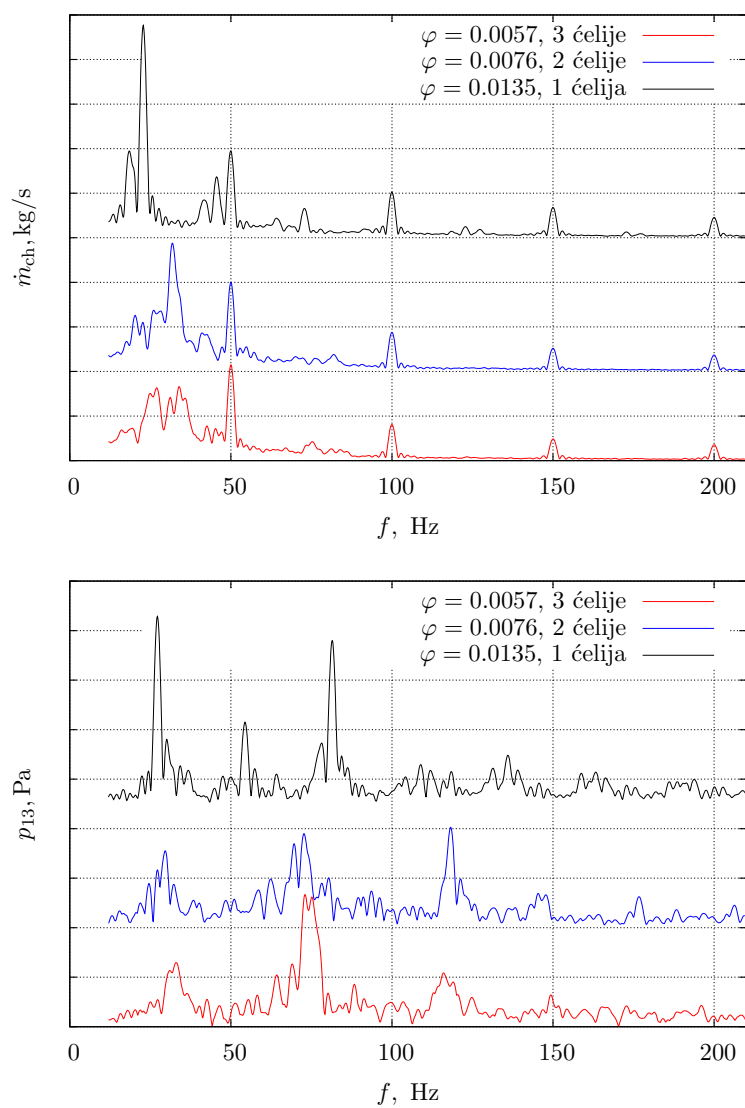




Slika 5.52 – Sekvencija rotirajućeg prekida strujanja s dvije ćelije, rotor “D”,  $\varphi = 0.0076$



**Slika 5.53** – Sekvenca rotirajućeg prekida strujanja s tri ćelije, rotor “D”,  $\varphi = 0.0057$



**Slika 5.54** – Frekvencijska karakterizacija rotirajućeg prekida strujanja prikazanog vremenskim sekvencama na slikama (5.49), (5.52), (5.53). Periodogram protoka u međulopatičnim kanalima  $\dot{m}_{ch}$  i tlaka na poziciji “13”, radno kolo “D”



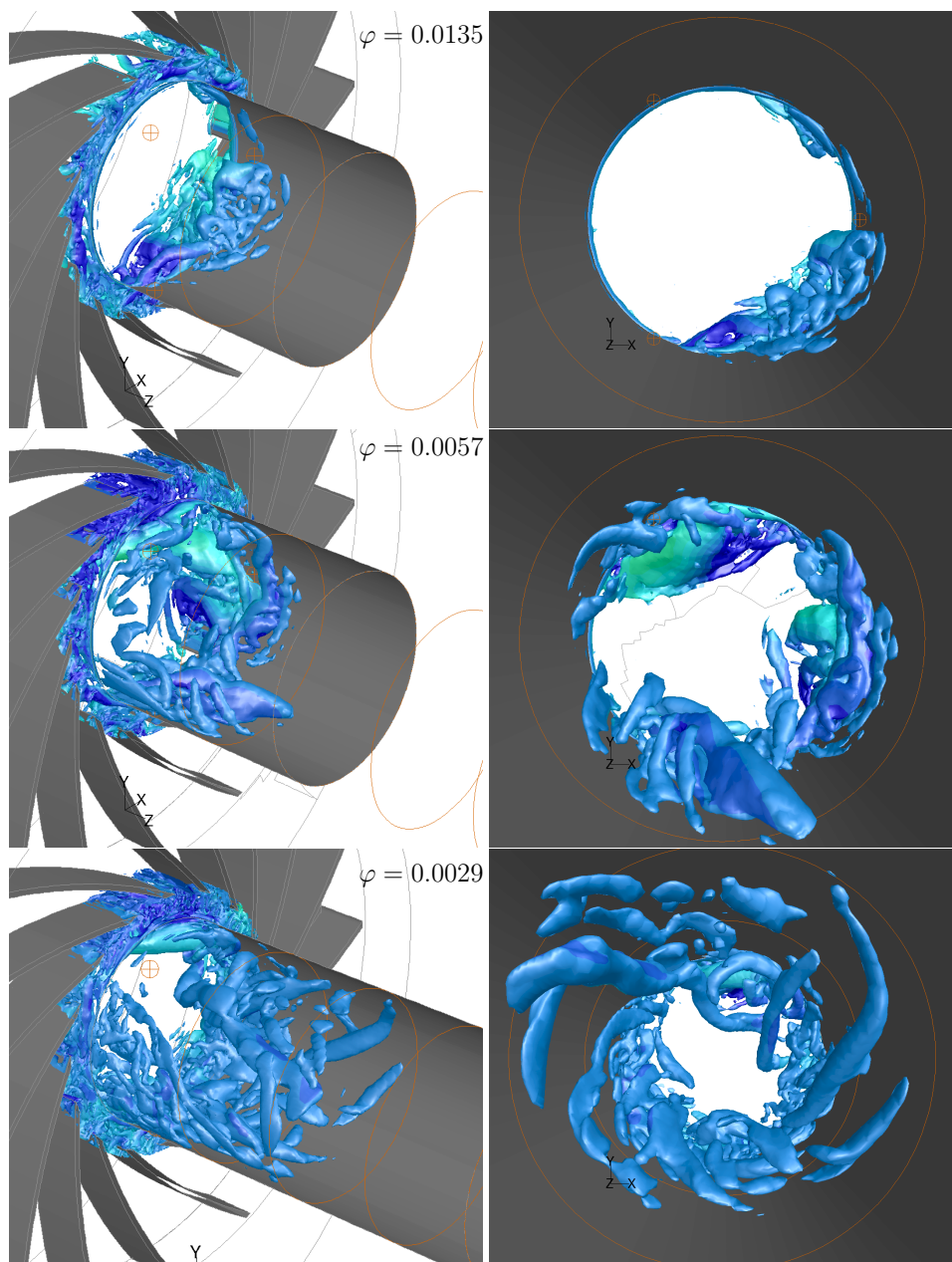
kanala zahvaćenih zastojem strujanja. Izbačeni fluid zalazi u usisnu cijev, gdje dolazi u kontakt s strujom svježeg zraka. Intenzivnom turbulentnim miješanjem svježi fluid poprima tangencijalnu komponentu brzine izbačenog mlaza. Kod nižih protoka ova tangencijalna komponenta inducira vrtložno strujanje u presjeku usisne cijevi te na taj način nastaje ulazni predvrtlog.

Na slici (5.52) prikazana je sekvenca uzastopnih vizualizacija rotirajućeg prekida strujanja pri gotovo dvostruko nižem protoku  $\varphi = 0.0076$ , na istom radnom kolu "D". Pri nižem protoku javlja se rotirajući prekid strujanja s dvije zastoje ćelije na dijametralno suprotnim stranama rotora. Njih prate dva precesijska vrtloga, također na suprotnim stranama. Vrtlozi nisu posve stabilni te se povremeno pojavljuju i nestaju, ali u svakom trenutku je vidljiv barem jedan vrtlog. Slijedeća slika (5.53) prikazuje strujanje pri još nižem protoku  $\varphi = 0.0057$ , pri kojem nastaju tri ćelije prekida strujanja razmaknute pod kutem od  $120^\circ$ , te tri precesijska vrtloga, iako, kao i u prethodnom slučaju, vrtlozi se mogu pojavljivati i nestajati.

Indikativno je da se smanjenjem protoka povećava broj zastoje ćelija kao da strujanje nastoji zadržati prethodni, veći protok u međulopatičnim kanalima, a s obzirom da nema dovoljno svježeg fluida na raspolaganju manjak se kompenzira recirkulacijom i preraspodjelom unutar rotora.

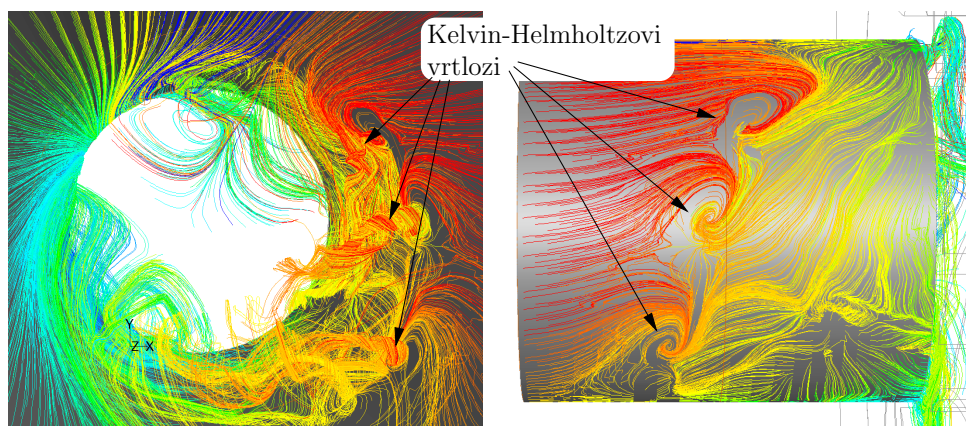
Frekvencijska karakterizacija prikazanih pojava dana je slikom 5.54. Frekvencije u periodogramu fluktuacija protoka u međulopatičnim kanalima odgovaraju rotirajućem referentnom sustavu rotora, dok frekvencije u periodogramu dinamičkog signala tlaka odgovaraju nepomičnom referentnom sustavu (odnos između frekvencija pojava u rotirajućem i nepomičnom referentnom sustavu dan je u prilogu B.). Očigledno nije moguće bez vizualizacije strujanja odrediti broj ćelija i frekvenciju rotirajućeg prekida strujanja, samo na osnovu periodograma protoka ili tlaka.

Smanjenjem masenog protoka snižava se i kinetička energija struje svježeg fluida koji usisnom cijevi pritjeće ventilatoru, te natražno strujanje (precesijski vrtlozi) izbačeno iz rotorskih kanala zahvaćenih prekidom strujanja prodire sve dalje u usisnu cijev. Zbog već spomenutog turbulentnog miješanja dviju suprotstavljenih struja, fluid u usisnoj cijevi poprima sve izraženiji vrtložni karakter. Precesijski vrtlozi koji prodiru duboko u usisnu cijev međusobno se uvijaju i isprepliću u jedinstveni predvrtlog. Na slici (5.58) prikazana je evolucija precesijskih vrtloga u predvrtlog koja se događa smanjivanjem masenog protoka. Protok na slici smanjuje se odozgo prema dolje. Kod najvećeg protoka vidljiva je jedna ćelija rotirajućeg prekida strujanja, odnosno jedan precesijski vrtlog

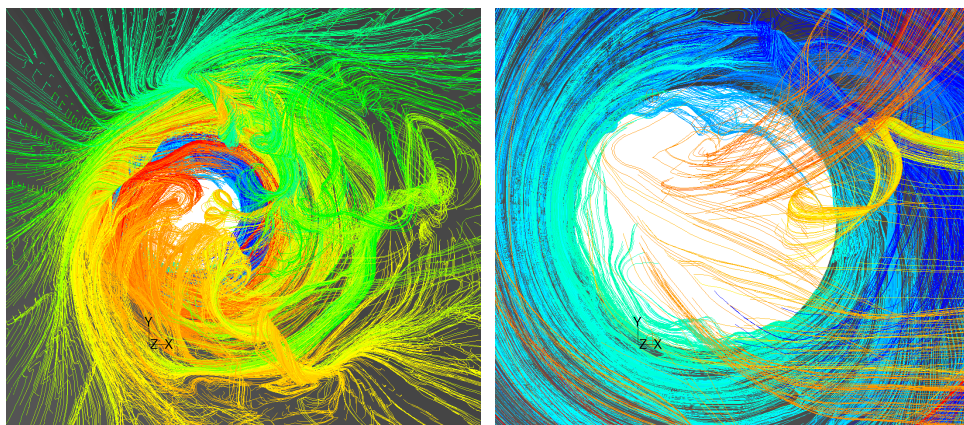


**Slika 5.55** – Smanjenjem protoka se pojedinačni predvrtlozi povezuju u predvrtlog.  
Radno kolo “D”, izopovršine  $Q = 1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2}$





**Slika 5.56** – Intenzivno turbulentno miješanje i nastanak Kelvin-Helmholtzovih vrtloga na fronti kontakta dolazne struje i predvrtloga. Radno kolo “A”,  $\varphi = 0.0077$ ,  $t = 0.9$  s



**Slika 5.57** – Glatke kružne strujnice iza fronte kontakta dolazne struje i predvrtloga. Radno kolo “B”,  $\varphi = 0.0044$ ,  $t = 0.9$  s

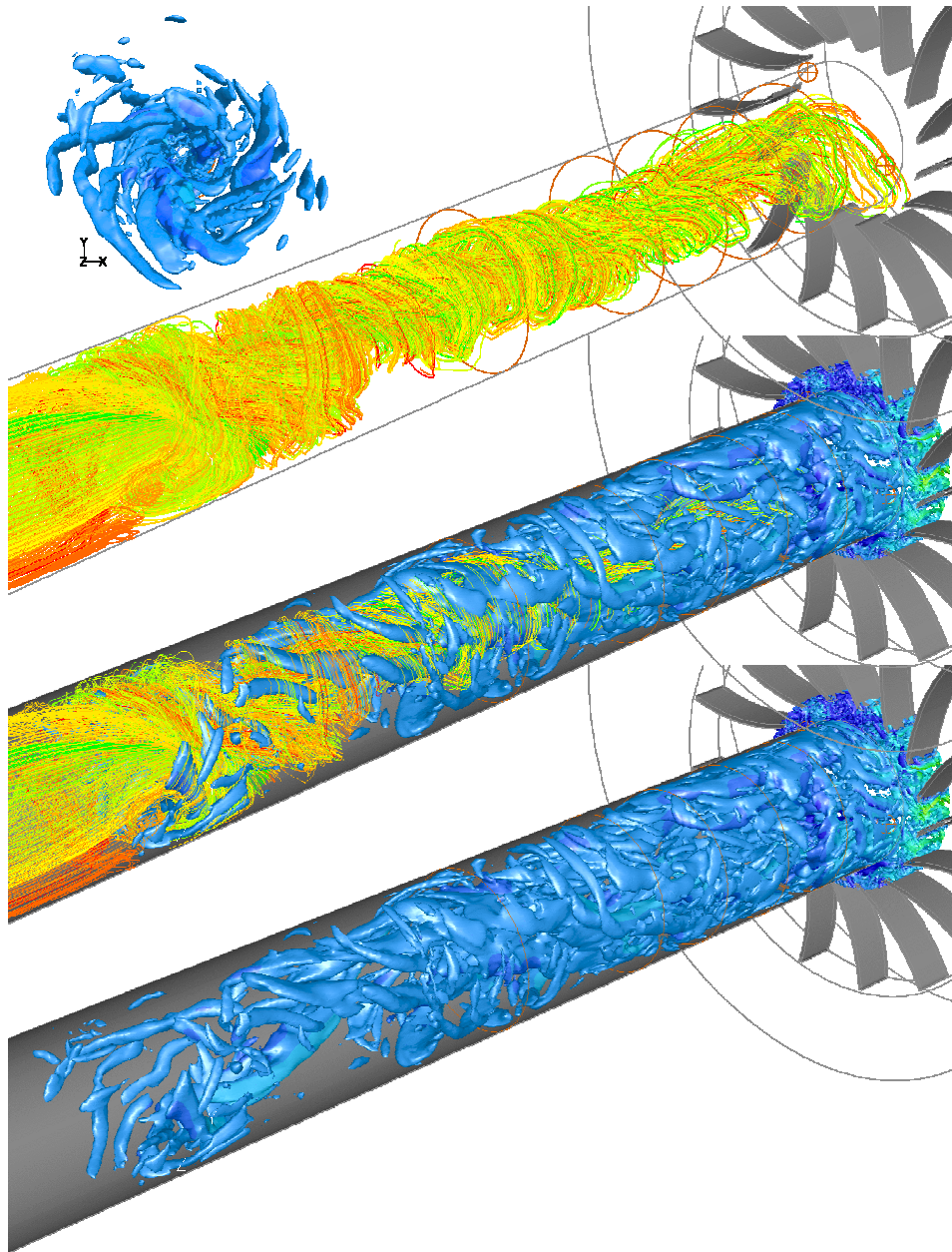
koji kruži uzduž oboda usisne cijevi. Kako se vrtlog pomiče, struja svježeg zraka odnosi njegove ostatke u ventilator.

Kod srednjeg protoka na istoj slici, vidljiv je rotirajući prekid strujanja s tri zastoje ćelije. Precesijski vrtlozi prodiru dalje i dublje u usisnu cijev, te se već stapaju tvoreći kontinuirani prstenasti prostor uz stijenku cijevi u kojem fluid rotira. Struja svježeg zraka provlači se kroz jezgru presjeka cijevi, a mehanizmom turbulentnog miješanja rotacija prodire s periferije u jezgru.

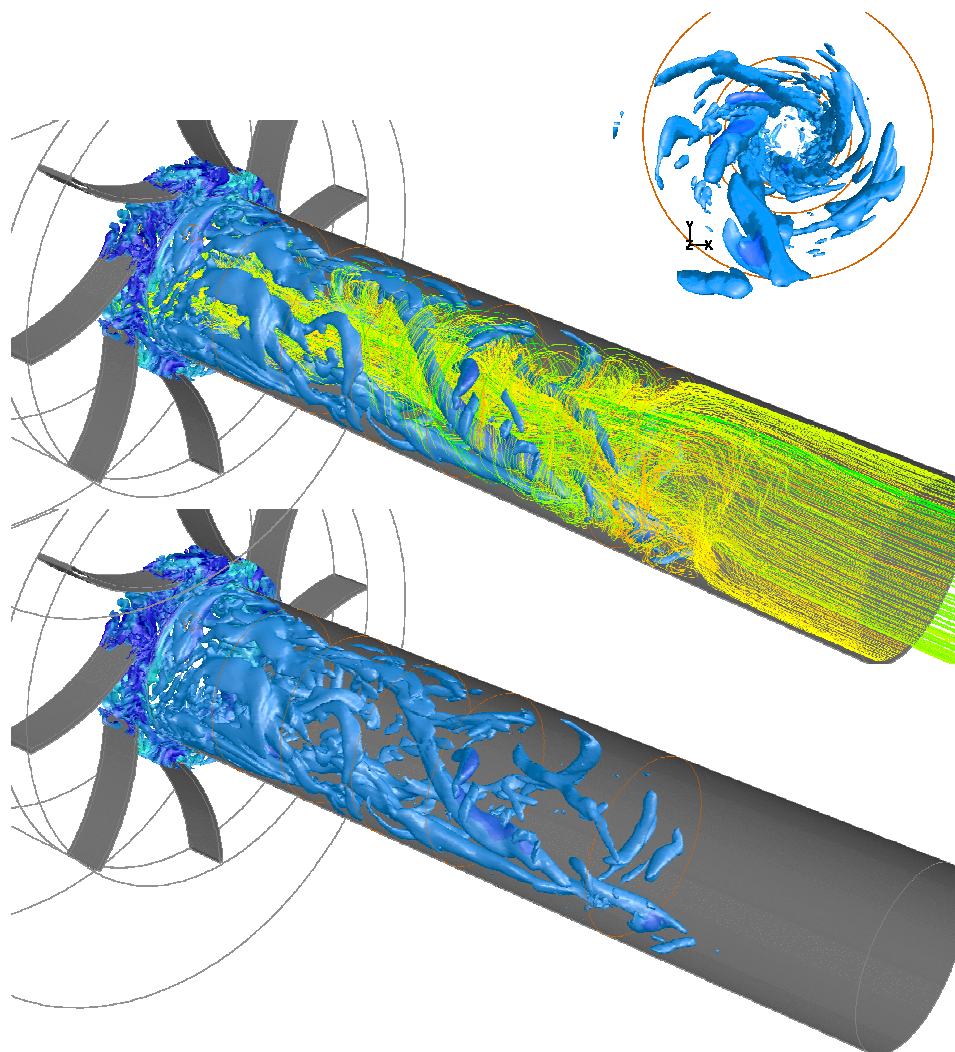
Kod najnižeg protoka prikazanog na slici, precesijski vrtlozi su već posve isprepleteni, iako zahvaćaju samo periferiju cijevi. Periferija rotira te predaje svoju rotaciju već posve slaboj struji svježeg zraka koja prolazi jezgrom cijevi.

Površinske strujnice (slika 5.56) otkrivaju niz vrtloga koji završavaju na površini cijevi a koji se po svemu sudeći više ne hrane energijom samo iz mlazeva natražnog strujanja u kanalima zahvaćenih prekidom strujanja već i slobodnim smicanjem dviju struja: struje svježeg zraka i rotirajuće-natražne struje u kojoj se čestice fluida gibaju po helikoidalnim putanjama, posjedujući istovremeno i (negativnu, natražnu) aksijalnu i obodnu brzinu. Ovaj mehanizam jako podsjeća na nastanak Kelvin-Helmholtzovih vrtloga u slobodnom smicanju dviju struja suprotnog smjera. Kod jače razvijenog predvrtloga (nižeg protoka), površinske strujnice otkrivaju da se najintenzivnije turbulentno miješanje odvija na fronti dodira dviju struja a iza te fronte strujanje uz stijenku cijevi je glatko (slika 5.57).

Predvrtlog se javlja kod radnog kola "B" najranije (pri najvećem protoku) te postiže najveću duljinu (domet u usisnoj cijevi), a najkasnije kod kola "D" (kod kojeg je predvrtlog najkraći). Na slikama (5.58) i (5.59) prikazani su razvijeni predvrtlozi u kod radnog kola "B" i "C", pri jednakim protocima. Strujanje je prikazano strujnicama i izopovršinama  $Q$ -kriterija. Strujnice ocrtavaju tok dolazne struje svježeg fluida koja se na mjestu kontakta s predvrtlogom sužava prema jezgri cijevi te i sama poprima vrtložni karakter. Izopovršine  $Q$ -kriterija pokazuju uvijenu strukturu isprepletenih vrtloga koji potječu od natražnog strujanja izbačenog iz međulopatičnih kanala rotora. Natražno strujanje kreće se od radnog kola prema usisu. Ti vrtlozi ostaju u zoni periferije cijevi a turbulentnom difuzijom induciraju rotaciju dolazne struje svježeg fluida koja putuje kroz jezgru cijevi u suprotnom smjeru, prema ventilatoru. Domet natražnog strujanja je konačan, što znači da ono na kraju gubi dovoljno svoje energije da biva povučeno dolaznom strujom (drugim riječima, pomiješa se u potpunosti s dolaznom strujom) prema ventilatoru.



**Slika 5.58** – Prikaz turbulentne helikoidalne strukture razvijenog predvrtloga pri niskom protoku uz pomoć strujnica i izopovršina  $Q = 1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2}$ . Radno kolo “B”,  $\varphi = 0.0015$ ,  $t = 1.0 \text{ s}$



**Slika 5.59** – Prikaz turbulentne strukture razvijenog predvrtloga pri niskom protoku uz pomoć strujnica i izopovršina  $Q = 1.5 \cdot 10^5 \text{ s}^{-2}$ . Radno kolo “C”,  $\varphi = 0.0015$ ,  $t = 1.0 \text{ s}$



## 6 Zaključak

Cilj ovog rada bio je primjenom eksperimentalnih metoda te metodama numeričke mehanike fluida pridonijeti boljem razumijevanju strujanja u centrifugalnom ventilatoru, prije svega nestacionarnih strujnih pojava i nestabilnosti koje se javljaju u vanprojektnim režimima rada kod nižih protoka. U tu svrhu izvedene su brojne simulacije numeričkog modela u kojima je simulirano nestacionarno strujanje na četiri različite geometrije radnog kola, te dodatne simulacije u kojima su varirane finoća računske mreže, veličina vremenskog koraka te pristup modeliranju turbulencije, s ciljem verifikacije i validacije rezultata numeričkog modela. Izvedena su i mjerenja radnih karakteristika te nestacionarnih fluktuacija tlaka na eksperimentalnom modelu.

### 6.1. Glavni rezultati rada

Validacijom rezultata računalne simulacije ustanovljena je praktična neovisnost radne karakteristike (integralnih rezultata) o korištenom modelu turbulencije.

Usporedba rezultata računalne simulacije s rezultatima eksperimentalnih mjerenja pokazala je značajnu razliku i u radnoj karakteristici i u nestacionarnim fluktuacijama tlaka. Analizom i dodatnim računalnim simulacijama ustanovljen je jak utjecaj aksijalnog zazora na rezultate. U simulaciji s aksijalnim zazorom ustanovljen je niži prirast zaustavnog tlaka u ventilatoru nego u simulaciji bez zazora. Pad prirasta tlaka je to veći što je veći aksijalni zazor. I oblik krivulje izračunatih radnih karakteristika odgovara obliku izmjerene krivulje. Zaključeno je da eksperimentalni i numerički model predstavljaju dva odvojena slučaja te da izravna validacija rezultata numeričke simulacije nije moguća s ovim eksperimentalnim rezultatima. Zbog dobrih rezultata verifikacije numeričkih rezultata te validacije s različitim modelima turbulencije,

zaključeno je da problem ne leži u lošim rezultatima računalne simulacije nego u neadekvatnom eksperimentalnom modelu. Dodatno, mjerenja fluktuacija tlaka na eksperimentalnom modelu kontaminirana su prisilnim i vlastitim vibracijama usisne cijevi u koju su ugrađeni brzi mjerni osjetnici tlaka.

Rotirajući prekid strujanja je samo posebni slučaj nestacionarnog prekida strujanja koji može mirovati ili se premještati u odnosu na radno kolo. Pri zastoju se uspostavlja intenzivno natražno strujanje sa periferije rotora (iz spiralnog kućišta) prema ulazu (središtu) radijalnog rotora. Intenzitet natražnog strujanja je promjenjiv (na mahove). U nepromjenjenom režimu rada, ćelije zastoja mogu se pojavljivati i nestajati a njihov broj se mijenjati. Pojava je dosta nepravilna i slučajna.

Mlazevi natražnog fluida iz rotorskih kanala zahvaćenima prekidom strujanja dosežu i ulaze u usisnu cijev. Dubina njihovog prodora zavisna je o intenzitetu kojim su mlazevi ejektirani. Dolazi do njihovog intenzivnog miješanja sa dolaznom strujom fluida, koja preuzima vrtložnu (tangencijalnu) komponentu brzine. Kod većih protoka kinetička energija dolaznog toka jača je od energije mlazeva koji bivaju “pometeni” u smjeru rotora i ponovno zahvaćeni rotorskim lopaticama. Na eksperimentalnoj vizualizaciji strujanja uz pomoć vunениh niti na kraju usisne cijevi ova pojava se može vidjeti kao poremećaj koji se intermitentno javlja, premješta se po obodu usisne cijevi dio kruga a zatim nestane.

Najintenzivnije izbacivanje mlaza te opisani poremećaj javljaju se uvijek na približno istoj lokaciji na obodu usisne cijevi. Zbog toga strujanje nije osnosimetrično po obodu cijevi. I dijagrami s prikazom RMS intenziteta nestacionarnih fluktuacija pokazuju da pojave uvijek započinju najranije te imaju najjači intenzitet na pozicijama “12” i “13” (tlak) odnosno “11” i “12” (brzine). Na eksperimentalnom modelu, najveći intenzitet imaju pulzacije tlaka u točki “11”.

Uslijed promjenjivog radijusa konture spiralnog kućišta, u strujnim kanalima rotora dolazi do snažne “rotor-stator” interakcije. U trenutku nailaska rotorskog kanala pored mjesta najmanjeg radijusa konture kućišta protok u kanalu snažno usporava (ali ne dolazi do promjene smjera strujanja) jer kućište djeluje kao čep na izlazu iz rotorskog kanala. Ova pojava ometa promatranje rotacijskog prekida strujanja iako je u frekvencijskoj analizi jasno vidljiva kao višekratnik frekvencije vrtnje rotora  $f_R$ .

Ustanovljeno je da na pojavu rotirajućeg prekida strujanja utjecaja imaju ulazni kut lopatice, broj lopatica te oblik međulopatičnog kanala radnog kola:

- Amplituda fluktuacija protoka u pojedinačnom strujnom kanalu najveća je kod

rotora s najvećim ulaznim kutem lopatica i radijalnim izlazom, a najmanja u rotoru s unatrag povijenim lopaticama. Unatrag povijene lopatice formiraju kanale radnog kola s najpovoljnijim omjerom duljine i širine.

- Amplituda fluktuacija ukupnog protoka najveća je upravo u slučaju rotora s unatrag povijenim lopaticama.
- Amplituda fluktuacija momenta sila fluida na radno kolo najveća je kod rotora s najmanjim brojem lopatica, a najmanja kod rotora s unatrag povijenim lopaticama.
- Pojava rotirajućeg prekida strujanja javlja se najranije (kod najvećeg masenog protoka) kod rotora s najvećim ulaznim kutem lopatica. Nešto kasnije javlja se kod rotora s nižim ulaznim kutem. Slijedi rotor s unatrag povijenim lopaticama. Rotirajući prekid strujanja javlja se najkasnije kod rotora s najmanjim brojem lopatica. Početak pojave predvrtloga te domet predvrtloga u usisnoj cijevi slijedi isti trend. Općenito se može zaključiti da je početak nestacionarnih pojava to kasniji a intenzitet to niži što je:
  1. broj lopatica manji
  2. oblik strujnog kanala povoljniji (omjer duljine i širine veći)
  3. niži geometrijski kut postave lopatica na ulazu u radno kolo

## 6.2. Prijedlozi budućih istraživanja

Usisna cijev je mehanički čvrsto povezana s prednjom pločom, odnosno kućištem ventilatora. Brzi osjetnici tlaka, ugrađeni su u provrte u ušću, osim fluktuacija tlaka unutar usisne cijevi bilježe i mehaničke vibracije koje se prenose s ventilatora, što je očigledno nakon frekvencijske analize. U signalu dominira komponenta s frekvencijom koja je jednaka brzini vrtnje ventilatora. Trebalo bi usisnu cijev mehanički izolirati od vibracija s kućišta ventilatora te tada mjeriti fluktuacije tlaka tako da se izbjegne kontaminacija rezultata.

Nadalje, bilo bi potrebno zatvoriti kanale radnog kola u fizikalnom modelu čvrsto vezanim pokrovom kako se prednja ploča kućišta ne bi više koristila u tu svrhu. To bi eliminiralo problem zazora i prestrujavanja između vrhova lopatica i pokrova. Rezultati

mjerjenja dobiveni na tako modificiranom radnom kolu mogli bi se s većom pouzdanošću usporediti sa rezultatima numeričke simulacije.

S obzirom na pokazani snažan utjecaj aksijalnog zazora, isti bi se mogao bolje istražiti. I u tom slučaju bilo bi potrebno modificirati fizikalni model i to na način da se aksijalni zazor može držati pod kontrolom, odnosno osigurati da pri radu ventilatora ne dolazi do njegove nekontrolirane promjene uslijed savijanja prednje ploče pod djelovanjem pretlaka ili potlaka unutar ventilatora.

Kada strujni kanal radnog kola prolazi pokraj mjesta najmanjeg radijusa spiralnog kućišta, u tom kanalu dolazi do naglog zaustavljanja protoka jer spiralno kućište na tom mjestu djeluje poput čepa. Ova interakcija se uočava na periodogramu protoka kroz strujne kanale kao vrlo pravilan i dominantan signal s frekvencijom koja je jednaka frekvenciji vrtnje i njezinim višekratnicima. Ova pojava je u interferenciji s prirodnim pulzacijama protoka uslijed rotirajućeg prekida strujanja. Za buduće istraživanje predlaže se ispitivanje rotora koji se prazni izravno u atmosferu, ili u kućište konstantnog radijusa po obodu, tako da ne izaziva prisilne periodičke pulzacije protoka u rotorskim kanalima.



## 7 Zaključak doktorskog rada

Nestacionarnom vizualizacijom rezultata numeričke simulacije strujanja u centrifugalnom ventilatoru stečen je uvid u neke nestacionarne pojave koje se javljaju kod smanjenih protoka:

- Pokazano je da prilikom rotirajućeg prekida strujanja ne dolazi samo do zastoja strujanja u rotorskom kanalu, već da se uspostavlja intenzivno natražno strujanje sa periferije rotora (iz spiralnog kućišta) prema ulazu (središtu) radijalnog rotora.
- Mlazevi fluida koji se ulijevaju iz zastojem zahvaćenih kanala u središte rotora formiraju precesijske vrtloge u oku radnog kola a koji se premještaju uzduž unutarnjeg oboda radnog kola (uzduž oboda kojeg čine napadni bridovi lopatica) zajedno sa ćelijama rotirajućeg prekida strujanja. Broj precesijskih vrtloga u oku radnog kola jednak je broju ćelija rotirajućeg prekida strujanja. Time je dokazana hipoteza o uzvodnom utjecaju rotirajućeg prekida strujanja.
- Intenzitet natražnog strujanja u ćeliji rotirajućeg prekida strujanja nije konstantan u vremenu nego pulsira. Ćelije mogu čak i nestati te se nakon nekog vremena opet pojaviti. Ćelije prekida strujanja mogu se premještati ili mirovati relativno u odnosu na rotor. Broj ćelija rotirajućeg prekida strujanja koji je vidljiv u danom trenutku može varirati, sve u nepromjenjenom režimu rada ventilatora.
- Čestice fluida iz mlazeva izbačenih iz ćelija rotirajućeg zastoja u smjeru usisne cijevi ne prodiru duboko u usisnu cijev, nego intenzivnim turbulentnim miješanjem predaju svoju kinetičku energiju s visokim udjelom tangencijalne brzine neporemećenoj struji fluida koja stiže usisnom cijevi. Kod nižih masenih protoka pojedinačni pulsirajući mlazevi spajaju se u predvrtlog koji dominira

strujanjem u usisnoj cijevi. Time je dokazana hipoteza o povezanosti rotirajućeg prekida strujanja i pulsirajuće prirode predvrtloga.

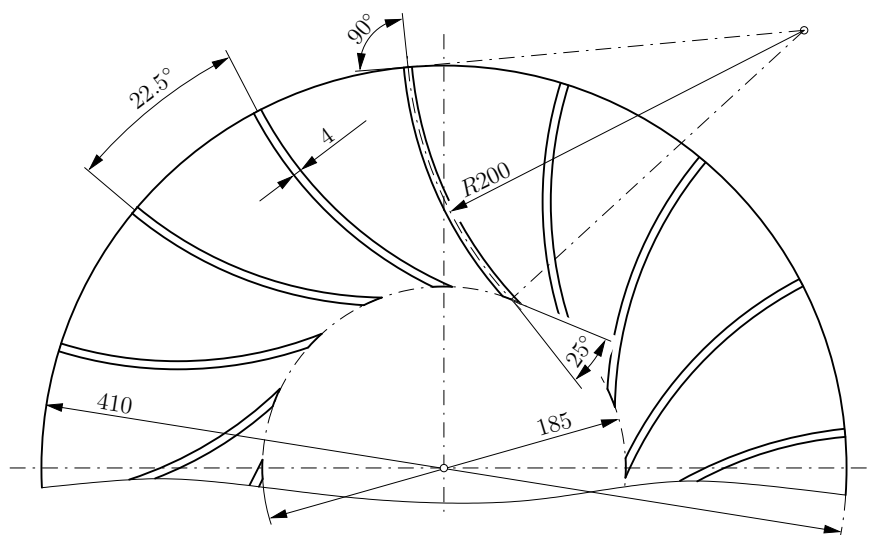
## A Geometrija ispitivanih radnih kola

U ovom prilogu prikazane su geometrijske varijante radnog kola ispitivanog u numeričkoj simulaciji. Radno kolo “A” ispitivano je i na eksperimentalnom (fizičkom) modelu. Oblici radnog kola “A”, “B” i “C” korišteni su u eksperimentalnom istraživanju Krešimira Franjića [43] s ciljem analize utjecaja ulazne geometrije radnog kola na formiranje predvrtloga.

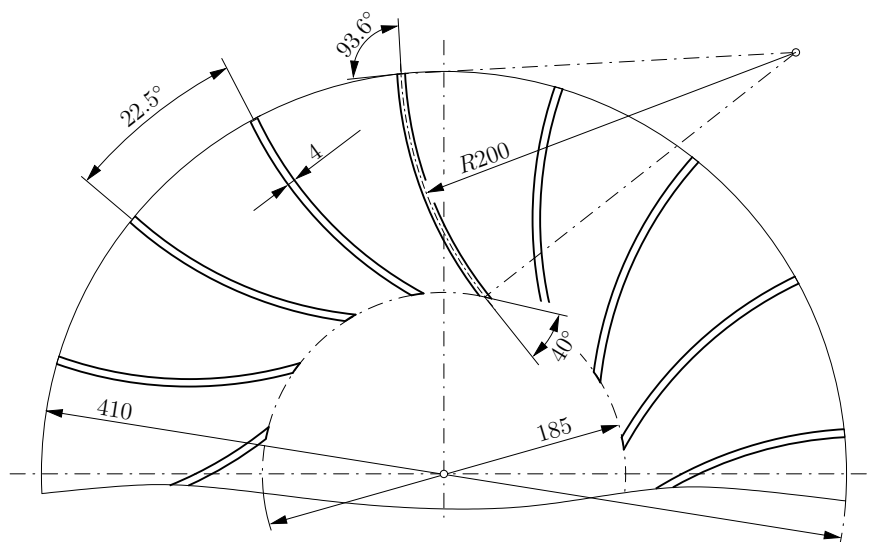
U ovom istraživanju, tim kolima dodano je radno kolo “D” identične ulazne geometrije poput kola “A”, ali sa unazad povinutim lopaticama. Unazad povinute lopatice formiraju povoljnije, dulje i uže međulopatične kanale s nižim kutom ekspanzije. Cilj ispitivanja radnog kola “D” je utvrđivanje utjecaja oblika međulopatičnog kanala na nestacionarne strujne pojave na ulazu u radno kolo te na formiranje predvrtloga.

Naziv	$\beta_{g1}$	$\beta_{g2}$	$Z$	$D$ (mm)	$b$ (mm)	Opaska
”Rotor A“	25°	90°	16			osnovna geometrija, eksperiment
”Rotor B“	40°	93.5°	16			utjecaj ulaznog kuta
”Rotor C“	25°	90°	8	410	40	utjecaj broja lopatica
”Rotor D“	25°	55°	16			unazad povijene lopatice

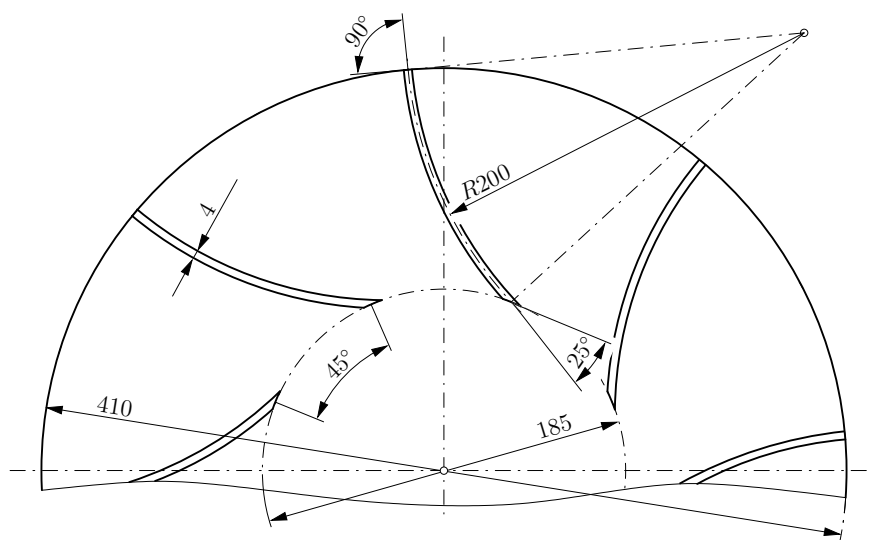
**Tablica A.1** – Sažetak geometrijskih obilježja analiziranih radnih kola



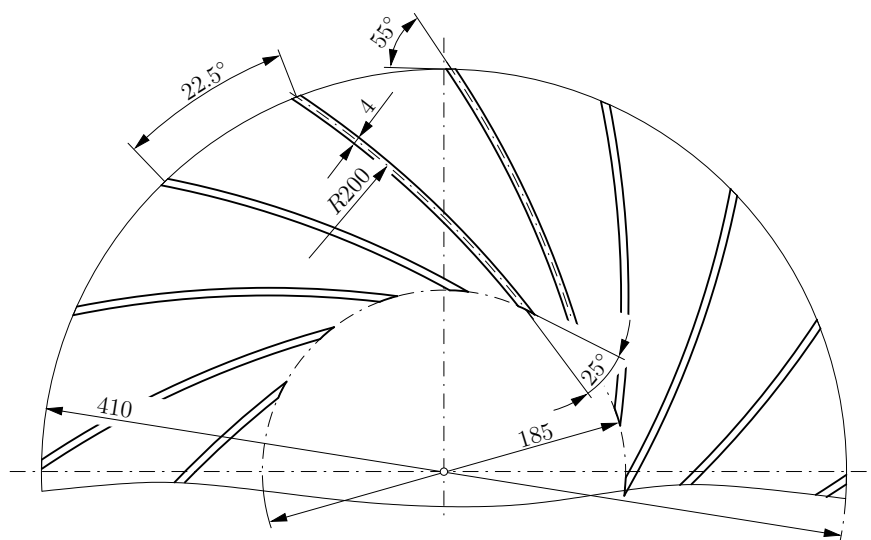
**Slika A.1** – Osnovna geometrija radnog kola "Rotor A": ulazni kut lopatica  $\beta_{g1} = 25^\circ$ , radijalni izlaz, broj lopatica  $Z = 16$



**Slika A.2** – Geometrija radnog kola "Rotor B": ulazni kut lopatica  $\beta_{g1} = 40^\circ$ , lopatice blago povinute prema naprijed  $\beta_{g2} = 93.6^\circ$ , broj lopatica  $Z = 16$



**Slika A.3** – Geometrija radnog kola "Rotor C": ulazni kut lopatica  $\beta_{g1} = 25^\circ$ , radijalni izlaz, broj lopatica  $Z = 8$ . Ovaj rotor jednak je rotoru "A" sa izbačenom svakom drugom lopaticom



**Slika A.4** – Geometrija radnog kola "Rotor D": ulazni kut lopatica  $\beta_{g1} = 25^\circ$ , lopatice povinute prema nazad  $\beta_{g2} = 55^\circ$ .



## **B      Odnos frekvencija rotirajućeg prekida strujanja u mirujućem i rotirajućem koordinatnom sustavu**

Rotirajući prekid strujanja (RPS) se manifestira na različitim frekvencijama kada se promatra signal sniman iz mirujuće pozicije te signal sniman iz pozicije koja je fiksirana za rotor, odnosno koja rotira sinhrono s rotorom. To je vidljivo primjerice, kada se uspoređuju periodogrami signala koji se uzima iz mirujućih točaka u ušću usisne cijevi te periodogrami pulzacija protoka u međulopatičnim kanalima.

RPS se postupno premješta od jednog do drugog međulopatičnog kanala rotora izazivajući pulzacije protoka u zahvaćenim kanalima. To premještanje čini da RPS relativno rotira u odnosu na rotor kutnom brzinom  $2\pi f_2$ . Frekvencija pulzacija u rotorskim kanalima iznosi

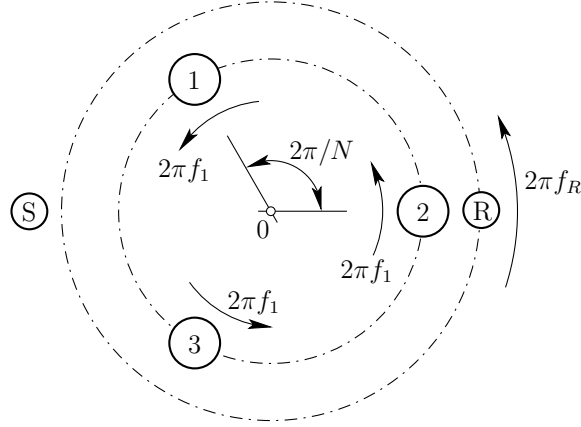
$$f'_2 = N f_2 \quad (\text{B.1})$$

gdje je  $N$  broj ćelija višćelijskog RPS-a. Ovo je frekvencija koja se očitava u periodogramu pulzacija protoka u međulopatičnim kanalima.

S druge strane, iz mirujućeg položaja opaža se RPS kao pojava koja rotira kutnom brzinom  $2\pi f_1$ . Frekvencija prolaska ćelija RPS-a pored mirujućeg promatrača iznosi

$$f'_1 = N f_1 \quad (\text{B.2})$$

Relativna brzina vrtnje rotirajućeg prekida strujanja u odnosu na rotor jednaka je razlici brzine vrtnje rotora te brzine vrtnje rotirajućeg prekida strujanja u mirujućem



**Slika B.1** – “R” - Točka vezana za rotor, “1”, “2”, “3” - ćelije rotirajućeg prekida strujanja

koordinatnom sustavu<sup>1</sup>, neovisno o broju ćelija:

$$f_2 = f_R - f_1 \quad (\text{B.3})$$

Gornja jednadžba može se napisati u obliku

$$f_R = f_1 + f_2 = \frac{f'_1}{N} + \frac{f'_2}{N}$$

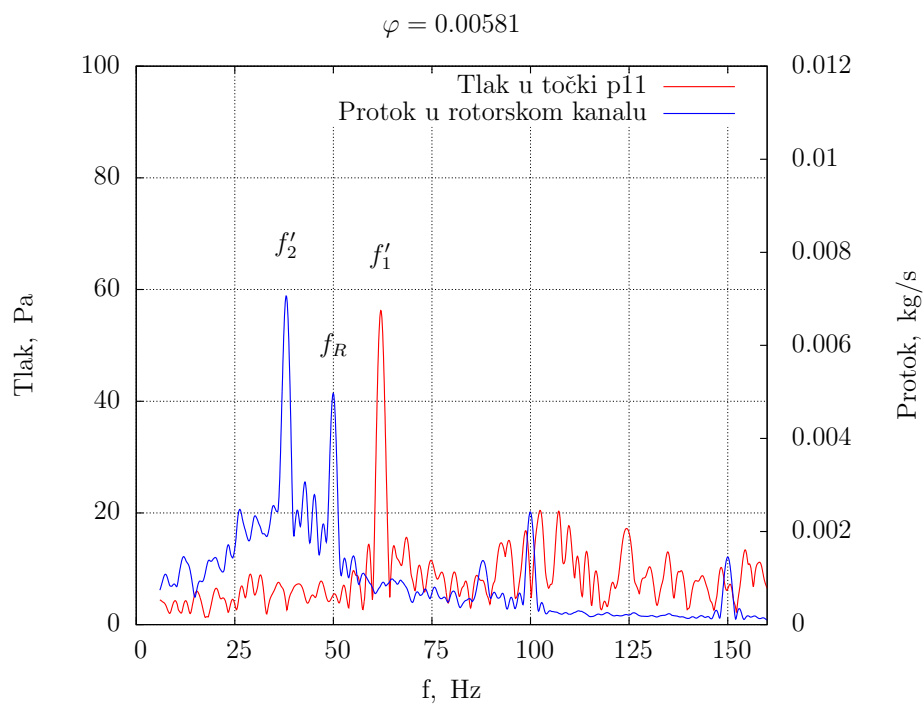
koja u slučaju dvoćelijskog ( $N = 2$ ) RPSa postaje

$$f_R = \frac{f'_1}{2} + \frac{f'_2}{2} = \frac{f'_1 + f'_2}{2} \quad (\text{B.4})$$

Ovaj rezultat ukazuje da će kod dvoćelijskog RPS-a frekvencije  $f'_1$  i  $f'_2$  biti simetrično raspoređene oko brzine vrtnje rotora  $f_R$ , kao što se vidi u primjeru na slici B.2. Frekvencije  $f'_1$  i  $f'_2$  su simetrično raspoređene u odnosu na frekvenciju vrtnje rotora koja iznosi 50 Hz.

<sup>1</sup>predznak je nebitan kada se radi o frekvencijama, iako se RPS u odnosu na rotor premješta unatrag





**Slika B.2** – Odziv dvočelijskog rotirajućeg prekida strujanja u periodogramu



## Literatura

- [1] Franco Nurzia, Chiara Palomba, and Pierpaolo Puddu. Some considerations about the rotating cell structure. *International Journal of Rotating Machinery*, 2009, 2009. Article ID 709754, doi:10.1155/2009/709754.
- [2] H. W. Emmons, C. E. Pearson, and P. Grant. Compressor surge and stall propagation. *Transaction of the ASME*, pages 455–469, 1955.
- [3] J. D. Paduano, A. H. Epstein, L. Valavani, J. P. Longley, E. M. Greitzer, and G. R. Guenette. Active control of rotating stall in a low-speed axial compressor. *Journal of Turbomachinery*, 115(1):48–56, 1993.
- [4] P. Chen, M. Soundra-Nayagam, A. N. Bolton, and H. C. Simpson. Unstable flow in centrifugal fans. *Journal of Fluids Engineering*, 118(1):128–133, 1996.
- [5] Thomas Staubli, George Gyarmathy, and Andreas Inderbitzin. Visualization of rotating stall in a full size water model of a single-stage centrifugal compressor. *La Houille Blanche*, (3-4):40–45, Juin 2001.
- [6] Nobuhiro Yamanishi, Shinji Fukao, Xiangyu Qiao, Chisachi Kato, and Yoshinobu Tsujimoto. LES Simulation of Backflow Vortex Structure at the Inlet of an Inducer. *Journal of Fluids Engineering*, 129(5):587–594, 2007.
- [7] M. G. Rose. Low flowrate effects in a centrifugal pump impeller. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 218(6):417–427, September 2004.

- [8] Kevin A. Kaupert and Thomas Staubli. The unsteady pressure field in a high specific speed centrifugal pump impeller—part ii: Transient hysteresis in the characteristic. *Journal of Fluids Engineering*, 121(3):627–632, 1999.
- [9] Stefan Berten, Philippe Dupont, Laurent Fabre, Maher Kayal, Francois Avellan, and Mohamed Farhat. Experimental investigation of flow instabilities and rotating stall in a high-energy centrifugal pump stage. In *Proceedings of the ASME 2009 Fluids Engineering Division Summer Meeting (FEDSM2009)*, pages 505–513. ASME, 2009. ASME Conference Proceedings, Volume 1: Symposia, Parts A, B and C, ISBN: 978-0-7918-4372-7.
- [10] Eugene de Villiers. *The Potential of Large Eddy Simulation for the Modelling of Wall Bounded Flows*. PhD thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, 2005.
- [11] Igor A. Bolotnov, Richard T. Lahey Jr., Donald A. Drew, Kenneth E. Jansen, and Assad A. Oberai. Spectral analysis of turbulence based on the dns of a channel flow. *Computers & Fluids*, 39:640–655, 2010.
- [12] E. M. Greitzer, C. S. Tan, and M. B. Graf. *Internal Flow—Concepts and Applications*. Cambridge University Press, 2004.
- [13] Yasutaka Nagano, Toshihiro Tsuji, and Tomoya Houra. Structure of turbulent boundary layer subjected to adverse pressure gradient. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 19:563–572, 1998.
- [14] P.R Spalart. Strategies for turbulence modelling and simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21(3):252 – 263, 2000.
- [15] Kemal Hanjalić. *Turbulence and transport phenomena*, 2005.
- [16] Paul A. Durbin and Gorazd Medic. *Fluid Dynamics with a Computational Perspective*. Cambridge University Press, 2007.
- [17] F. R. Menter, M. Kuntz, and R. Langtry. Ten years of industrial experience with SST turbulence model. In K. Hanjalić, Y. Nagano, and M. Tummers, editors, *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, pages 625–632. Begell House Inc., 2003.
- [18] ANSYS Inc. *ANSYS FLUENT 12.0 Theory Guide*, April 2009.

- [19] Warren M. Rohsenow, James P. Hartnett, and Young I. Cho. *Handbook of heat transfer*. McGraw-Hill New York, 3rd edition, 1998.
- [20] Lars Davidson. Lecture notes on Fluid mechanics, turbulent flow and turbulence modeling. [http://www.tfd.chalmers.se/~lada/comp\\_turb\\_model/lecture\\_notes.html](http://www.tfd.chalmers.se/~lada/comp_turb_model/lecture_notes.html), December 2010.
- [21] D. C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries Inc., La Cañada, CA, 1993.
- [22] Philippe R. Spalart. Detached-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41(1):181–202, 2009.
- [23] Branimir Matijašević, Stanislav Sviderek, and Tihomir Mihalić. Effect of turbulence model on unsteady fluid flow simulation in radial fan. *WSEAS Transactions on Fluid Mechanics*, 1(5), May 2006.
- [24] C. Mockett, B. Greschner, T. Knacke, R. Perrin, J. Yan, and F. Thiele. Demonstration of Improved DES Methods for Generic and Industrial Applications. In Peng and Haase [125], pages 162–171.
- [25] A. Garbaruk, M. Shur, M. Strelets, and A. Travin. A Detatched-eddy simulation of a linear compressor cascade with tip gap and moving wall. In Werner Haase and Shia-Hui Peng, editors, *Proceedings of symposium on hybrid RANS-LES methods*, Stockholm, 14-15 July 2005.
- [26] Tennekes Lumley. *First Course in Turbulence*. MIT Press, 1st english edition, 1972.
- [27] Bruce R. Munson, Donald F. Young, and Theodore H. Okiishi. *Fundamentals of Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, 4th edition, 2002.
- [28] Frank M. White. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, 4th edition, 2002.
- [29] Bruno Eck. *Fans; Design and operation of centrifugal, axial-flow and cross-flow fans*. Pergamon Press, 1st english edition, 1972.
- [30] A. Engeda and M. Rautenberg. Examination of inlet surging in centrifugal pumps. In J. H. Kim and W.-J. Yang, editors, *Rotating machinery - Transport phenomena*;

- Proceedings of the 3rd International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (ISROMAC-3)*, pages 343–354. Hemisphere Publishing Corp., 1990.
- [31] A. H. Epstein, J. E. Ffowcs Williams, and E. M. Greitzer. Active suppression of aerodynamic instabilities in turbomachines. *Journal of Propulsion and Power*, 5(2):204–211, 1989.
  - [32] J. S. Simon, L. Valavani, A. H. Epstein, and E. M. Greitzer. Evaluation of approaches to active compressor surge stabilization. *Journal of Turbomachinery*, 115(1):57–67, 1993.
  - [33] J. E. Pinsley, G. R. Guenette, A. H. Epstein, and E. M. Greitzer. Active stabilization of centrifugal compressor surge. *Journal of Turbomachinery*, 113(4):723–732, 1991.
  - [34] D. L. Gysling and E. M. Greitzer. Dynamic control of rotating stall in axial flow compressors using aeromechanical feedback. *Journal of Turbomachinery*, 117(3):307–319, 1995.
  - [35] J.N. Chi and J.D Paduano. New concepts for active control of rotating stall and surge. In *American Control Conference*, pages 2435–2442, Seattle, USA, June 2008.
  - [36] E. Lennemann and J. H. G. Howard. Unsteady flow phenomena in rotating centrifugal impeller passages. *Journal of Engineering for Power*, 92(1):65–71, 1970.
  - [37] Y. N. Chen, U. Haupt, and M. Rautenberg. The vortex-filament nature of reverse flow on the verge of rotating stall. *Journal of Turbomachinery*, 111(4):450–461, 1989.
  - [38] U. Haupt, M. Rautenberg, and A. N. Abdel-Hamid. Blade excitation by broad-band pressure fluctuations in a centrifugal compressor. *Journal of Turbomachinery*, 110(1):129–137, 1988.
  - [39] U. Haupt, U. Seidel, A. N. Abdel-Hamid, and M. Rautenberg. Unsteady flow in a centrifugal compressor with different types of vaned diffusers. *Journal of Turbomachinery*, 110(3):293–302, 1988.

- [40] Mitsukiyo Murakami and Naomichi Heya. Swirling Flow in Suction Pipe of Centrifugal Pumps: 1st Report, Distribution of Velocity and Energy. *Bulletin of JSME*, 9(34):328–337, 1966.
- [41] Mitsukiyo Murakami and Naomichi Heya. Swirling Flow in Suction Pipe of Centrifugal Pumps: 2nd Report, Distribution of Shearing Stress. *Bulletin of JSME*, 9(34):337–344, 1966.
- [42] Mitsukiyo Murakami and Naomichi Heya. Swirling Flow in Suction Pipe of Centrifugal Pumps: 3rd Report, Effect of Bend in Pipe. *Bulletin of JSME*, 9(34):344–352, 1966.
- [43] Krešimir Franjić. *Utjecaj ulazne geometrije radnog kola niske brzohodnosti na formiranje uzvodnog vrtloga*. PhD thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 1997.
- [44] Andrej Predin and Ignacijo Biluš. Prerotation Flow at the Entrance to a Radial Impeller. *Journal of Mechanical Engineering (Strojniški vestnik)*, 46(5):276–290, 2000.
- [45] Nicholas Pedersen, Poul S. Larsen, and Christian B. Jacobsen. Flow in a Centrifugal Pump Impeller at Design and Off-Design Conditions—Part I: Particle Image Velocimetry (PIV) and Laser Doppler Velocimetry (LDV) Measurements. *Journal of Fluids Engineering*, 125(1):61–72, 2003.
- [46] Rikke K. Byskov, Christian B. Jacobsen, and Nicholas Pedersen. Flow in a Centrifugal Pump Impeller at Design and Off-Design Conditions—Part II: Large Eddy Simulations. *Journal of Fluids Engineering*, 125(1):73–83, 2003.
- [47] Z Zhang. Rotating stall mechanism and stability control in the pump flows. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 12(1):012010, 2010.
- [48] Andrej Predin and Ignacijo Biluš. Influence of Additional Inlet Flow on the Prerotation and Performance of Centrifugal Impellers. 4. *Journal of Hydraulic Research*, 41(2):207–216, 2003.
- [49] Jong-Soo Choi, Dennis K. McLaughlin, and Donald E. Thompson. Experiments on the unsteady flow field and noise generation in a centrifugal pump impeller. *Journal of Sound and Vibration*, 263(3):493 – 514, 2003.

- [50] Giorgio Pavesi, Guido Ardizzon, and Giovanna Cavazzini. Rotating instability in a centrifugal pump impeller. *ASME Conference Proceedings*, 2005(42193):67–75, 2005.
- [51] G. Pavesi, G. Cavazzini, and G. Ardizzon. Time-frequency characterization of the unsteady phenomena in a centrifugal pump. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29(5):1527 – 1540, 2008.
- [52] Kevin A. Kaupert and Thomas Staubli. The unsteady pressure field in a high specific speed centrifugal pump impeller—part i: Influence of the volute. *Journal of Fluids Engineering*, 121(3):621–626, 1999.
- [53] Stefan Berten. *Hydrodynamics of High Specific Power Pumps for Off-Design Operating Conditions*. PhD thesis, École polytechnique fédérale de Lausanne, 2010.
- [54] Olivier Braun. *Part Load Flow in Radial Centrifugal Pumps*. PhD thesis, École polytechnique fédérale de Lausanne, 2009.
- [55] D. Anciger, A. Jung, and T. Aschenbrenner. Prediction of rotating stall and cavitation inception in pump turbines. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 12(1):012013, 2010.
- [56] Manish Sinha, Ali Pinarbasi, and Joseph Katz. The flow structure during onset and developed states of rotating stall within a vaned diffuser of a centrifugal pump. *Journal of Fluids Engineering*, 123(3):490–499, 2001.
- [57] Daniel Wolfram and Thomas H. Carolus. Experimental and numerical investigation of the unsteady flow field and tone generation in an isolated centrifugal fan impeller. *Journal of Sound and Vibration*, 329:4380–4397, 2010.
- [58] S Ramamurthy, K Murugesan, and M Govardhan. Characterisation of rotating stall in a centrifugal impeller. In *Proceedings of the International Conference on Experimental Fluid Mechanics, June 17-21 1991, Beijing, China*, 1991.
- [59] A Engeda. The unsteady performance of a centrifugal compressor with different diffusers. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 215(5):585–599, 2001.



- [60] Abraham Engeda. Spreadsheet as a data acquisition tool in turbomachinery. *ASME Conference Proceedings*, 2010(43963):703–709, 2010.
- [61] Vlad Hasmatuchi, Mohamed Farhat, Steven Roth, Francisco Botero, and François Avellan. Experimental evidence of rotating stall in a pump-turbine at off-design conditions in generating mode. *Journal of Fluids Engineering*, 133(5):051104, 2011.
- [62] Carlos Santolaria Morros, Jesus Manuel Fernandez Oro, and Katia Maria Argilleles Diaz. Numerical modelling and flow analysis of a centrifugal pump running as a turbine: Unsteady flow structures and its effects on the global performance. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 65:542–562, 2011.
- [63] Arkady Tsinober. *An Informal Conceptual Introduction to Turbulence*. Springer, 1st edition, 2009.
- [64] Lars Davidson. An Introduction to Turbulence Models. [http://www.tfd.chalmers.se/~lada/comp\\_turb\\_model/lecture\\_notes.html](http://www.tfd.chalmers.se/~lada/comp_turb_model/lecture_notes.html), November 2003.
- [65] J. C. R. Hunt, P. A. Durbin, and X. Wu. Interactions between freestream turbulence and boundary layers. *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, pages 113–124, 1998. NASA-Ames/Stanford University.
- [66] Javier Jiménez. The physics of wall turbulence. *Physica A*, 263:252–262, 1999.
- [67] Nan-Sheng Liu and Xi-Yun Lu. A numerical investigation of turbulent flows in spanwise rotating channel. *Computers & Fluids*, 36:282–298, 2007.
- [68] J. H. Watmuff, H. T. Witt, and P. N. Joubert. Developing turbulent boundary layers with system rotation. *Journal of Fluid Mechanics*, 157:405–448, 1985.
- [69] Stephen B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 1st edition, 2000.
- [70] Joel H. Ferziger and Milovan Perić. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 3rd edition, 2002.
- [71] Ulf Bunge, Charles Mockett, and Frank Thiele. Guidelines for implementing detached-eddy simulation using different models. *Aerospace Science and Technology*, 11:376–385, 2007.

- [72] J. Yan, C. Mockett, and F. Thiele. Investigation of alternative length scale substitutions in detached-eddy simulation. *Flow, Turbulence and Combustion*, 74:85–102, 2005. 10.1007/s10494-005-6916-y.
- [73] B. E. Launder, G. J. Reece, and W. Rodi. Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3):537–566, April 1975.
- [74] B. E. Launder and D. B. Spalding. *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, 1972.
- [75] Florian R. Menter. Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective. *International Journal of Computational Fluid Mechanics*, 23:305–316, 2009.
- [76] Florian Menter, Jorge Carregal Ferreira, Thomas Esch, and Brad Konno. The SST Turbulence Model with Improved Wall Treatment for Heat Transfer Predictions in Gas Turbines. In *Proceedings of the International Gas Turbine Congress 2003 Tokyo*. GTSJ, 2003.
- [77] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32, 1994.
- [78] B. A. Kader. Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 24(9):1541 – 1544, 1981.
- [79] Kemal Hanjalic and Sasa Kenjeres. Some developments in turbulence modeling for wind and environmental engineering. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(10-11):1537 – 1570, 2008. 4th International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2006).
- [80] A. Travin, M. Shur, P. Spalart, and M. Strelets. On URANS Solutions with LES-like Behaviour. In P. Neittaanmäki, T. Rossi, K. Majava, and O. Pironneau, editors, *Proceedings of the Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2004*, Jyväskylä, Finland, July 2004.
- [81] Andrei Travin, Michael Shur, Michael Strelets, and Philippe Spalart. Detached-eddy simulations past a circular cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, 63:293–313, 1999. 10.1023/A:1009901401183.

- [82] M. I. Shur, P. R. Spalart, M. Strelets, and A. Travin. Dettached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack. In W. Rodi and D. Laurence, editors, *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 4*, pages 669–678. Elsevier Science, 1999.
- [83] A. Travin, M. Shur, M. Strelets, and P. R. Spalart. Physical and Numerical Upgrades in the Detached-Eddy Simulation of Complex Turbulent Flows. In R. Friedrich and W. Rodi, editors, *Advances in LES of Complex Flows*, pages 239–254. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [84] F. R. Menter and M. Kuntz. Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles. In Rose McCallen, Fred Browand, and James Ross, editors, *The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains*, pages 339–352. Springer, 2004.
- [85] P. Spalart, S. Deck, M. Shur, K. Squires, M. Strelets, and A. Travin. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20:181–195, 2006. 10.1007/s00162-006-0015-0.
- [86] F. Magagnato, B. Pritz, and M. Gabi. Comparison of DES and LES on the Transitional Flow of Turbine Blades. In Peng and Haase [125], pages 212–221.
- [87] Shia-Hui Peng and Stefan Leicher. DES and Hybrid RANS-LES Modelling of Unsteady Pressure Oscillations and Flow Features in a Rectangular Cavity. In Peng and Haase [125], pages 132–141.
- [88] Richard Ashworth. DES of a Cavity with Spoiler. In Peng and Haase [125], pages 162–171.
- [89] A. Widenhorn, B. Noll, M. Stöhr, and M. Aigner. Numerical Investigation of a Laboratory Combustor Applying Hybrid RANS-LES Methods. In Peng and Haase [125], pages 152–161.
- [90] A.C. Benim, M.P. Escudier, A. Nahavandi1, K. Nickson, and K.J. Syed. DES Analysis of Confined Turbulent Swirling Flows in the Sub-critical Regime. In Peng and Haase [125], pages 172–181.
- [91] Aroon K. Viswanathan and Danesh K. Tafti. Investigation of Detached Eddy Simulations in Capturing the Effects of Coriolis Forces and Centrifugal Buoyancy in Ribbed Ducts. *Journal of Heat Transfer*, 129(7):778–789, 2007.

- [92] Aroon K. Viswanathan and Danesh K. Tafti. Detached eddy simulation of turbulent flow and heat transfer in a two-pass internal cooling duct. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27(1):1 – 20, 2006.
- [93] Aroon K. Viswanathan and Danesh K. Tafti. Detached eddy simulation of flow and heat transfer in fully developed rotating internal cooling channel with normal ribs. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27(3):351 – 370, 2006.
- [94] Christian Hasse, Volker Sohm, and Bodo Durst. Detached eddy simulation of cyclic large scale fluctuations in a simplified engine setup. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(1):32 – 43, 2009.
- [95] Christian Hasse, Volker Sohm, and Bodo Durst. Numerical investigation of cyclic variations in gasoline engines using a hybrid URANS/LES modeling approach. *Computers & Fluids*, 39(1):25 – 48, 2010.
- [96] Tihomir Mihalić. *Hidrodinamičke pojave u centrifugalno vrtložnoj pumpi*. PhD thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2011.
- [97] Željko Tuković. *Metoda kontrolnih volumena na metodama promjenjivog oblika*. PhD thesis, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2005.
- [98] Václav Kolář. Vortex identification: New requirements and limitations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28:638–652, 2007.
- [99] G. Haller. An objective definition of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 525:1–26, 2005.
- [100] J. C. R. Hunt, A. A. Wray, and P. Moin. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. *Center for Turbulence Research Report CTR-S88*, page 193, 1988.
- [101] Marcel Lesieur, Olivier Metais, and Pierre Comte. *Large-Eddy Simulations of Turbulence*. Cambridge University Press, 1st edition, 2005.
- [102] Jinhee Jeong and Fazle Hussain. On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 285:69–94, 1995.
- [103] S. Hartmann. Computational aspects of the symmetric eigenvalue problem of second order tensors. *TECHNISCHE MECHANIK*, 23:283–294, 2003.

- [104] Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations, 1998. AIAA G-077-1998.
- [105] H. K. Versteeg and W. Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics, The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited, second edition, 2007.
- [106] Jörg Franke, Antti Hellsten, Heinke Schlünzen, and Bertrand Carissimo, editors. *Best Practice Guideline for the CFD Simulation of Flows in the Urban Environment*. University of Hamburg, Meteorological Institute, Centre for Marine and Atmospheric Sciences, May 2007.
- [107] MARNET-CFD Best Practice Guideline for Marine Applications of CFD. <https://pronet.wsatkins.co.uk/marnet/publications/bpg.pdf>, 2003. Prepared by WS Atkins Consultants and Members of the NSC.
- [108] Best Practice Guidelines for the use of CFD in Nuclear Reactor Safety Applications. <http://www.oecd-neo.org/html/nsd/docs/2007/csni-r2007-5.pdf>, 2007. Nuclear Energy Agency, Committee on the Safety of Nuclear Installations.
- [109] QNET-CFD Best Practise Advice for Turbomachinery Internal Flows. [http://www.qnet-cfd.net/newsletter/8th/n8\\_40-46.pdf](http://www.qnet-cfd.net/newsletter/8th/n8_40-46.pdf).
- [110] P. J. Roache. Quantification of Uncertainty in Computational Fluid Dynamics. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 29:123–160, 1997.
- [111] Ismail Celik. Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. *Journal of Fluids Engineering*, 130(7):078001, 2008.
- [112] Krešimir Franjić. Snimanje radnih karakteristika ventilatora. Predložak za laboratorijske vježbe, FSB Zagreb, 1987.
- [113] I Celik, M. Klein, M. Freitag, and J. Janicka. Assessment measures for URANS/DES/LES: an overview with applications. *Journal of Turbulence*, 7(48), 2006.
- [114] Lars Davidson. How to estimate the resolution of an LES of recirculating flow. In M.V. Salvetti, B. Geurts, J. Meyers, and P. Sagaut, editors, *Quality and Reliability of Large-Eddy Simulations II*, pages 269–287. Springer, 2010.

- [115] I. Celik, M. Klein, and J. Janicka. Assessment measures for engineering les applications. *Journal of Fluids Engineering*, 131(3):031102, 2009.
- [116] Lars Davidson. Large Eddy Simulations: How to evaluate resolution. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30:1016–1025, 2009.
- [117] T. Shih, W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang, and J. Zhu. A new k-epsilon eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows. *Computers and Fluids*, January 1995.
- [118] Tahsin Engin, Mesut Gur, and Reinhard Scholz. Effects of tip clearance and impeller geometry on the performance of semi-open ceramic centrifugal fan impellers at elevated temperatures. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 30:565–577, 2006.
- [119] T Engin. Study of tip clearance effects in centrifugal fans with unshrouded impellers using computational fluid dynamics. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 220:599–610, 2006.
- [120] Mesut Gür, Tahsin Engin, and Ismail Calli. Tip Clearance Effects in Radial Flow Impeller Fans under High Temperature Working Conditions. In *Proceedings of the International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition*, New Orleans, USA, 2001. ASME.
- [121] A. Engeda and M. Rautenberg. Comparisons of the relative effect of tip clearance on centrifugal impellers. *Journal of Turbomachinery*, 109(4):545–549, 1987.
- [122] A. Engeda. Correlation and prediction of efficiency of centrifugal pumps due to tip clearance effects. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 209(2):111–114, 1995.
- [123] R. Perry and D. Green. *Perry’s chemical engineers’ handbook*. McGraw-Hill, New York, 1997.
- [124] Horace Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, sixth edition.
- [125] Shia-Hui Peng and Werner Haase, editors. *Advances in Hybrid RANS-LES Modelling*. Springer, 2008.

# Životopis

Stanislav Sviderek rođen je 20. listopada 1972. godine u Pakracu, Republika Hrvatska. Češku osnovnu školu “Jan Amos Komensky” u Daruvaru pohađao je u periodu od 1979. do 1987. godine. Srednju tehničku školu strojarškog usmjerenja završio je također u Daruvaru 1991. godine. Iste godine upisuje studij strojarstva na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu.

Nakon diplomiranja na procesno-energetskom smjeru zapošljava se 2002. godine kao znanstveni novak na Katedri za turbostrojeve pri Zavodu za energetska postrojenja Fakulteta strojarstva i brodogradnje u Zagrebu. Odmah po zapošljavanju upisuje poslijediplomski studij. Na Katedri za turbostrojeve sudjeluje u znanstvenom radu u realizaciji znanstvenih projekata: u periodu od 2002. do 2006. godine na projektu “Poboljšanje energetske pretvorbe u turbostrojima”, nositelj projekta prof. dr. sc. Branimir Matijašević, te u periodu od 2006. do 2011. godine na projektu “Optimiranje vodnih turbina za male hidroelektrane”, nositelj projekta prof. dr. sc. Zvonimir Guzović. U nastavnom radu Katedre sudjeluje kroz izvođenje auditornih i laboratorijskih vježbi.

U toku poslijediplomskog studija znanstveno se usavršavao na kursu “Fluid Dynamics of Cavitation and Cavitating Turbopumps” u Udinama, Italija, 2005. godine, te na radionici “Workshop on Refined Turbulence Modelling”, u Grazu, Austrija, 2008. godine.

Koautor je petnaestak znanstvenih radova objavljenih u časopisima i prezentiranih na međunarodnim znanstvenim konferencijama.

Aktivno se služi engleskim i češkim jezikom, a pasivno njemačkim.

## Biography

Stanislav Sviderek was born on 20 listopada 1972. in Pakrac, Croatia. He attended elementary school in Daruvar during the period 1979-1987. After that he attended secondary technical school until 1991, also in Daruvar. That same year he enrolled at the University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture.

After graduation, he employed as a research assistant at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture Zagreb, Department of Energy, Turbomachinery chair, in 2002. Immediately upon employment he started doctoral studies. He was involved in scientific work at the projects “Improving the energy conversion in turbomachinery”, the project leader prof. Dr. sc. Branimir Matijasevic, in the period 2002 - 2006, and at the project “Optimizing water turbines for small hydro power”, the project leader prof. Dr. sc. Zvonimir Guzović, in the period 2006 - 2011. He also participated in the educational work at the Department which included performance of auditory and laboratory exercises.

During doctoral education he attended the course “Fluid Dynamics of Cavitation and Cavitating Turbopumps” in Udine, Italy, 2005., and the “Workshop on Refined Turbulence Modelling”, in Graz, Austria, 2008.

He is co-author of some fifteen scientific papers published in journals and/or presented at international scientific conferences.

He is fluent in english and czech language and he speaks german passively.